

(19)



JAPANESE PATENT OFFICE

PATENT ABSTRACTS OF JAPAN

(11) Publication number: **07334560 A**

(43) Date of publication of application: **22.12.95**

(51) Int. Cl.

**G06F 17/50**  
**G02B 13/00**

(21) Application number: **06147095**

(71) Applicant: **CANON INC**

(22) Date of filing: **06.06.94**

(72) Inventor: **MATSUI HIROSHI**

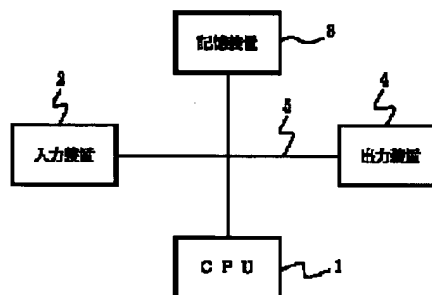
**(54) METHOD AND DEVICE FOR SUPPORTING  
DESIGN OF LENS OR THE LIKE**

(57) Abstract:

PURPOSE: To efficiently calculate an optimal design value by properly setting variable difference amount in the design of lens, etc., by the method of attenuation least square.

CONSTITUTION: A CPU 1 calculates the eigen value distribution information on the product matrix ( $A^v T A^v$ ) between the Jacobian matrix  $A^v$  having the variable amount of the characteristic (evaluation function  $F^v(X^v)$ ) of the system being design object as an element and transpose of matrix  $A^v T$  and sets the variable difference amount  $\delta x_j$  by using the eigen value distribution information. Instead of the eigen value of the product matrix ( $A^v T A^v$ ), the square value of the singular value of the Jacobian matrix  $A$  may be used.

COPYRIGHT: (C)1995,JPO



BEST AVAILABLE COPY

(19) 日本国特許庁 (J P)

(12) 公開特許公報 (A)

(11) 特許出願公開番号

特開平7-334560

(43) 公開日 平成7年(1995)12月22日

(51) Int.Cl. <sup>6</sup>	識別記号	庁内整理番号	F I	技術表示箇所
G 0 6 F 17/50				
G 0 2 B 13/00		0834-5H	G 0 6 F 15/ 60	4 0 0 K

審査請求 未請求 請求項の数20 F D (全 13 頁)

(21) 出願番号 特願平6-147095

(22) 出願日 平成6年(1994)6月6日

(71) 出願人 000001007

キヤノン株式会社

東京都大田区下丸子3丁目30番2号

(72) 発明者 松居 寛

東京都大田区下丸子3丁目30番2号 キヤ  
ノン株式会社内

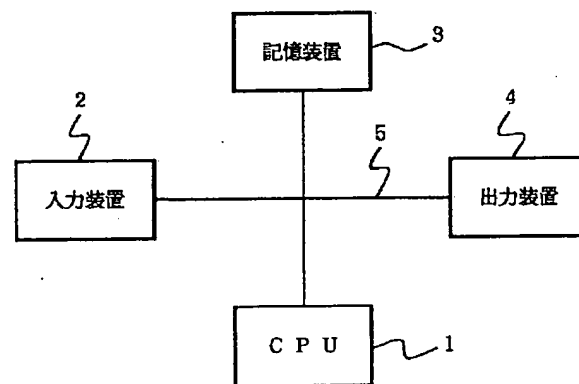
(74) 代理人 弁理士 渡部 敏彦

(54) 【発明の名称】 レンズ等の設計支援装置及び方法

(57) 【要約】

【目的】 減衰最小自乗法によるレンズ等の設計において、変数差分量を適切に設定し、最適な設計値を効率良く算出する。

【構成】 CPU 1は、設計対象となる系の変数差分量  $\delta x_j$  に対する系の特性 (評価関数  $F_v(X_v)$ ) の変化量を要素に持つヤコビ行列  $A_v$  とその転置行列  $A_v^T$  との積行列 ( $A_v^T A_v$ ) の固有値分布情報を演算し、その固有値分布情報を用いて変数差分量  $\delta x_j$  の設定を行う。前記積行列 ( $A_v^T A_v$ ) の固有値に代えて、ヤコビ行列  $A$  の特異値の自乗値を用いてもよい。



## 【特許請求の範囲】

【請求項 1】 複数の構成要素からなる設計対象の系が所望の特性となるように、前記複数の構成要素を局所的に変更して最適化する減衰最小自乗法によりレンズ等の設計を支援する設計支援装置において、前記複数の構成要素に対応する変数の差分量に対する前記系の特性の変化量を要素に持つヤコビ行列 ( $A_V$ ) と該ヤコビ行列の転置行列 ( $A_V^T$ ) との積で構成される積行列 ( $A_V^T A_V$ ) の固有値分布情報を演算する固有値分布情報演算手段と、該固有値分布情報を用いて前記変数の差分量を設定する差分量設定手段とを設けたことを特徴とするレンズ等の設計支援装置。

【請求項 2】 前記差分量設定手段は、減衰最小自乗法におけるダンピングファクタ初期値が前記積行列の固有値分布の最小値と最大値の間に存在するように前記変数の差分量を設定することを特徴とする請求項 1 記載の設計支援装置。

【請求項 3】 前記差分量設定手段は、前記積行列の固有値分布の中央値が減衰最小自乗法におけるダンピングファクタ初期値に略一致するように前記変数の差分量を設定することを特徴とする請求項 1 記載の設計支援装置。

【請求項 4】 前記差分量設定手段は、前記積行列の固有値分布の平均値が減衰最小自乗法におけるダンピングファクタ初期値に略一致するように前記変数の差分量を設定することを特徴とする請求項 1 記載の設計支援装置。

【請求項 5】 前記差分量設定手段は、前記積行列の固有値分布情報と該固有値分布に対応して設定された所定の重み付け情報とを用いて前記変数の差分量を設定することを特徴とする請求項 1 記載の設計支援装置。

【請求項 6】 複数の構成要素からなる設計対象の系が所望の特性となるように、前記複数の構成要素を局所的に変更して最適化する減衰最小自乗法によりレンズ等の設計を支援する設計支援装置において、前記複数の構成要素に対応する変数の差分量に対する前記系の特性の変化量を要素に持つヤコビ行列 ( $A_V$ ) の特異値の自乗値分布情報を演算する自乗値分布情報演算手段と、該自乗値分布情報を用いて前記変数の差分量を設定する差分量設定手段とを設けたことを特徴とするレンズ等の設計支援装置。

【請求項 7】 前記差分量設定手段は、減衰最小自乗法におけるダンピングファクタ初期値が、前記ヤコビ行列の特異値の自乗値分布の最小値と最大値の間に存在するように前記変数の差分量を設定することを特徴とする請求項 6 記載の設計支援装置。

【請求項 8】 前記差分量設定手段は、前記ヤコビ行列の特異値の自乗値分布の中央値が減衰最小自乗法にお

けるダンピングファクタ初期値に略一致するように前記変数の差分量を設定することを特徴とする請求項 6 記載の設計支援装置。

【請求項 9】 前記差分量設定手段は、前記ヤコビ行列の特異値の自乗値分布の平均値が減衰最小自乗法におけるダンピングファクタ初期値に略一致するように前記変数の差分量を設定することを特徴とする請求項 6 記載の設計支援装置。

【請求項 10】 前記差分量設定手段は、前記ヤコビ行列の特異値の自乗値分布情報と該自乗値分布に対応して設定された所定の重み付け情報とを用いて前記変数の差分量を設定することを特徴とする請求項 6 記載の設計支援装置。

【請求項 11】 複数の構成要素からなる設計対象の系が所望の特性となるように、前記複数の構成要素を局所的に変更して最適化する減衰最小自乗法によりレンズ等の設計を支援する設計支援方法において、前記複数の構成要素に対応する変数の差分量に対する前記系の特性の変化量を要素に持つヤコビ行列 ( $A_V$ ) と該ヤコビ行列の転置行列 ( $A_V^T$ ) との積で構成される積行列 ( $A_V^T A_V$ ) の固有値分布情報を演算し、該固有値分布情報を用いて前記変数の差分量を設定することを特徴とするレンズ等の設計支援方法。

【請求項 12】 減衰最小自乗法におけるダンピングファクタ初期値が前記積行列の固有値分布の最小値と最大値の間に存在するように前記変数の差分量を設定することを特徴とする請求項 11 記載の設計支援方法。

【請求項 13】 前記積行列の固有値分布の中央値が減衰最小自乗法におけるダンピングファクタ初期値に略一致するように前記変数の差分量を設定することを特徴とする請求項 11 記載の設計支援装置。

【請求項 14】 前記積行列の固有値分布の平均値が減衰最小自乗法におけるダンピングファクタ初期値に略一致するように前記変数の差分量を設定することを特徴とする請求項 11 記載の設計支援装置。

【請求項 15】 前記積行列の固有値分布情報と該固有値分布に対応して設定された所定の重み付け情報とを用いて前記変数の差分量を設定することを特徴とする請求項 11 記載の設計支援方法。

【請求項 16】 複数の構成要素からなる設計対象の系が所望の特性となるように、前記複数の構成要素を局所的に変更して最適化する減衰最小自乗法によりレンズ等の設計を支援する設計支援方法において、前記複数の構成要素に対応する変数の差分量に対する前記系の特性の変化量を要素に持つヤコビ行列 ( $A_V$ ) の特異値の自乗値分布情報を演算し、該自乗値分布情報を用いて前記変数の差分量を設定することを特徴とするレンズ等の設計支援方法。

【請求項 17】 減衰最小自乗法におけるダンピングファクタ初期値が、前記ヤコビ行列の特異値の自乗値分布

の最小値と最大値の間に存在するように前記変数の差分量を設定することを特徴とする請求項16記載の設計支援方法。

【請求項18】 前記ヤコビ行列の特異値の自乗値分布の中央値が減衰最小自乗法におけるダンピングファクタ初期値に略一致するように前記変数の差分量を設定することを特徴とする請求項16記載の設計支援方法。

【請求項19】 前記ヤコビ行列の特異値の自乗値分布の平均値が減衰最小自乗法におけるダンピングファクタ初期値に略一致するように前記変数の差分量を設定することを特徴とする請求項16記載の設計支援方法。

【請求項20】 前記ヤコビ行列の特異値の自乗値分布情報と該自乗値分布に対応して設定された所定の重み付け情報とを用いて前記変数の差分量を設定することを特徴とする請求項16記載の設計支援方法。

【発明の詳細な説明】

【0001】

【産業上の利用分野】 本発明は、複数の構成要素からなる対象の系が所望の特性となるように、該複数の構成要素を局所的に変更していく最適化手法の内の減衰最小自乗法を用いた設計支援装置及び方法に関し、例えばレンズ設計、LSIの最適パターン設計、建築物の設計などの支援を行うものに関する。

【0002】

【従来の技術】 設計の対象となる系を構成する構成要素をn個の要素から成る変数ベクトル

【0003】

【数1】

$$X_v = [X_1, \dots, X_n]^T \quad (1)$$

で表わし、該対象の特性を評価する量をm個の要素から成る評価関数ベクトル

$$A_v = \begin{bmatrix} \frac{\partial F_1}{\partial x_1} & \frac{\partial F_1}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial F_1}{\partial x_n} \\ \frac{\partial F_2}{\partial x_1} & \frac{\partial F_2}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial F_2}{\partial x_n} \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial F_m}{\partial x_1} & \frac{\partial F_m}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial F_m}{\partial x_n} \end{bmatrix} \quad (6)$$

なお、(6)式において、 $F_i$ は評価関数ベクトル $F_v$ ( $X_v$ )((2)式)の第i要素 $F_i(X_v)$ を意味する。また、 $\Delta X_v$ は変数ベクトルの次のステップへの変動を表わす解ベクトルであり、以下のように表わせる。

【0009】

【数7】

$$\Delta X_v = [\Delta X_1, \dots, \Delta X_n]^T \quad (7)$$

一般に、減衰最小自乗法では(5)式をそのまま解く代わりに、2次微分以上の非線形成分を補正するパラメータ(ダンピングファクタ) $\rho$ を用いて、(8)式を解くことにより最適解が求められる。

【0010】

【0004】

【数2】

$$F_v(X_v) = [F_1(X_v), \dots, F_m(X_v)]^T \quad (2)$$

で表わす。ただし、

【0005】

【数3】

$$F_k(X_v) = w_k (f_k(X_v) - f_{k, \text{tar}}) \quad (3)$$

である。ここで、添字 $v$ は $X_v$ 、 $F_v$ がベクトル(又は行列)であることを示すために付加したものである。また $f_k(X_v)$ 、 $f_{k, \text{tar}}$ はそれぞれ各特性値を表わす評価関数の値とその目標値であり、 $w_k$ は重み付け係数である。これらの評価関数には所望の値にすることを目的とした特性値の他、制約条件値を含めてもよい。減衰最小自乗法では、一般に各評価関数値の目標値からのずれ(誤差)量が最小になるように解が求められ、そのために単一評価尺度として、次式で表わされる目的関数を用いる。

【0006】

【数4】

$$\phi(X_v) = F_v^T(X_v) F_v(X_v) \quad (4)$$

(4)式で与えられる目的関数を特にレンズ設計の分野では、メリット関数と呼び、(4)式に最小自乗法を適用すると、局所的最小値となるための $X_v$ の必要条件は

【0007】

【数5】

$$(A_v^T A_v) \Delta X_v = -A_v^T F_{v0} \quad (5)$$

と表わせる。ここで、 $A_v$ は $F_v(X_v)$ のヤコビ(Jacobi)行列であり、(6)式で定義される。

【0008】

【数6】

【数8】

$$(A_v^T A_v + \rho I_v) \Delta X_v = -A_v^T F_{v0} \quad (8)$$

ここで、 $I_v$ は単位行列を表わす。

【0011】 なお、レンズ設計の分野では減衰最小自乗法(DLS法: Damped Least Squares method)という名称が広く使われているが、非線形計画法などの分野では、レーベンバーグ・マーカード(Levenberg-Marquardt)法という名称が多く用いられている。

【0012】 一方、実際の数値計算では、前記 $A_v$ の各要素 $a_{ij}$ は(6)式で示した様な厳密な微分係数値(9)式ではなく差分値(10)式を用いて計算される。

【0013】

【数9】

$$a_{ij} = \frac{\partial F_i}{\partial x_j} \quad (9)$$

$$a_{ij} = \frac{\delta F_i}{\delta x_j} \quad (10)$$

【0014】

【発明が解決しようとする課題】しかしながら、最適な変数差分量 $\delta x_j$ の値は、対象となる系の特性により千差万別で、不適切な値を与えると数値計算上でエラーが発生したり、多くの反復計算を要したりして、効率良く最適解を求められないという問題がある。

【0015】本発明は、この点に着目してなされたものであり、変数差分量を適切に設定することにより、常に効率良く最適解を求めることができる設計支援装置及び方法を提供することを目的とする。

【0016】

【課題を解決するための手段】上記目的を達成するため本発明は、複数の構成要素からなる設計対象の系が所望の特性となるように、前記複数の構成要素を局所的に変更して最適化する減衰最小自乗法によりレンズ等の設計を支援する設計支援装置において、前記複数の構成要素に対応する変数の差分量に対する前記系の特性の変化量を要素に持つヤコビ行列( $A_V$ )と該ヤコビ行列の転置行列( $A_V^T$ )との積で構成される積行列( $A_V^T A_V$ )の固有値分布情報を演算する固有値分布情報演算手段と、該固有値分布情報を用いて前記変数の差分量を設定する差分量設定手段とを設けるようにしたものである。

【0017】同じ目的を達成するため本発明は、複数の構成要素からなる設計対象の系が所望の特性となるように、前記複数の構成要素を局所的に変更して最適化する減衰最小自乗法によりレンズ等の設計を支援する設計支援方法において、前記複数の構成要素に対応する変数の差分量に対する前記系の特性の変化量を要素に持つヤコビ行列( $A_V$ )と該ヤコビ行列の転置行列( $A_V^T$ )との積で構成される積行列( $A_V^T A_V$ )の固有値分布情報を演算し、該固有値分布情報を用いて前記変数の差分量を設定するようにしたものである。

【0018】また、前記設計支援装置又は方法において、減衰最小自乗法におけるダンピングファクタ初期値が前記積行列の固有値分布の最小値と最大値の間に存在するように前記変数の差分量を設定したり、前記積行列の固有値分布の中央値が減衰最小自乗法におけるダンピングファクタ初期値に略一致するように前記変数の差分量を設定したり、前記積行列の固有値分布の平均値が減衰最小自乗法におけるダンピングファクタ初期値に略一

致するように前記変数の差分量を設定したり、前記積行列の固有値分布情報と該固有値分布に対応して設定された所定の重み付け情報とを用いて前記変数の差分量を設定したりすることが望ましい。

【0019】さらに、前記設計支援装置又は方法において、「積行列( $A_V^T A_V$ )の固有値分布」に代えて、「ヤコビ行列( $A_V$ )の特異値の自乗値分布」を用いてもよい。

【0020】

【作用】請求項1の装置又は請求項11の方法によれば、複数の構成要素に対応する変数の差分量に対する系の特性の変化量を要素に持つヤコビ行列( $A_V$ )と該ヤコビ行列の転置行列( $A_V^T$ )との積行列( $A_V^T A_V$ )の固有値分布情報が演算され、該固有値分布情報を用いて前記変数の差分量が設定される。

【0021】請求項6の装置又は請求項16の方法によれば、複数の構成要素に対応する変数の差分量に対する前記系の特性の変化量を要素に持つヤコビ行列( $A_V$ )の特異値の自乗値分布情報が演算され、該自乗値分布情報を用いて前記変数の差分量が設定される。

【0022】

【実施例】以下本発明の実施例を図面を参照して説明する。

【0023】図1は本発明の一実施例に係る設計支援装置の構成を示す図である。この装置は、設計対象となる系の構成要素に対応する変数の最適化を行うために、種々の演算を実行するCPU(中央処理装置)1と、使用者がCPU1にデータや演算命令を入力するための入力装置2と、CPU1が実行するプログラムや演算途中のデータ等を格納する記憶装置3と、演算結果をディスプレイに表示したり、プリンタにより印刷する出力装置4とから構成される。これらの構成要素1~4は、バス5により相互に接続されている。

【0024】次に、CPU1で実行される処理の概要を説明する。

【0025】まず、前述したヤコビ行列 $A_V$ とその転置行列 $A_V^T$ との積行列( $A_V^T A_V$ )を以下のように固有値分解する。

【0026】

$$[A_V^T A_V] = V_V S_V V_V^T \quad (11)$$

ここで、 $V_V$ は $n \times n$ の直交行列であり、 $S_V$ は(12)式に示すように、積行列( $A_V^T A_V$ )の $n$ 個の固有値を要素に持つ $n \times n$ の対角行列である。

【0027】

【数11】

$$S_v = \begin{bmatrix} S_1 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & S_n \end{bmatrix} \quad (12)$$

こうして得られる $n$ 個の固有値 $s_1, \dots, s_n$ の分布は、一般に前述した変数の差分 $\delta x_j$ を変化させるに伴って変化する。その際、差分 $\delta x_j$ によって直接 $n$ 個の固有値分布を制御するため、本実施例では以下の手法を採用している。

【0028】先ず、前述した評価関数ベクトル $F_v(X_v)$ の $X_{v0}$ 近傍での線形近似式

【0029】

【数12】

$$F_i(X_v) = F_i(X_{v0}) + A_i \Delta X_v \quad (13)$$

に着目し、評価関数ベクトル $F_v(X_v)$ の第 $i$ 要素を以下のように表わす(14)式)。

【0030】

【数13】

$$A_v' = \begin{bmatrix} \delta_1 F_1 & \delta_2 F_1 & \dots & \delta_n F_1 \\ \delta_1 F_2 & \delta_2 F_2 & \dots & \delta_n F_2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \delta_1 F_m & \delta_2 F_m & \dots & \delta_n F_m \end{bmatrix} \quad (15)$$

$$\Delta X_v' = \left[ \left( \frac{\Delta X_1}{\delta x_1} \right), \dots, \left( \frac{\Delta X_n}{\delta x_n} \right) \right]^T \quad (16)$$

このようにすれば、前記変数の差分 $\delta x_j$ により直接前記ヤコビ行列の各要素の値を変化させることができるため、 $n$ 個の固有値の値 $s_1 \sim s_n$ を自由に制御することが可能となる。

【0032】以上のようにして一旦与えた前記変数の差分 $\delta x_j$ による $n$ 個の固有値 $s_1 \sim s_n$ の分布と前記ダンピングファクタ $\rho$ の初期値との関係から、設定された前記変数差分 $\delta x_j$ が適切な値であるかどうかを判定するとともに、その情報を用いて、さらに適切な値となるように前記変数差分 $\delta x_j$ を変更していくことにより最適な差分設定を行い、最適な設計値を効率的に得られるようにしている。

【0033】次に、レンズ設計を例にとってより具体的に説明する。

【0034】図2は本発明の第1の実施例で設計の対象とした薄肉レンズモデルを示す。図2では見易くするためレンズに厚みを付けてあるが、計算上すべてのレンズ肉厚及び面間隔は0としてある。このレンズ系に対して曲率半径 $r_3$ を全系の焦点距離が正確に1となるために用い、残りの2つの曲率半径 $r_1, r_2$ を変数とした。評価関数としては3次の球面差係数とコマ収係数の2つを

$$\begin{aligned} F_i(X_v) &= F_i(X_{v0}) + \left( \frac{\delta F_i}{\delta x_1} \right) \Delta X_1 + \dots + \left( \frac{\delta F_i}{\delta x_n} \right) \Delta X_n \\ &= F_i(X_{v0}) + \delta_1 F_i \left( \frac{\Delta X_1}{\delta x_1} \right) + \dots + \delta_n F_i \left( \frac{\Delta X_n}{\delta x_n} \right) \end{aligned} \quad (14)$$

(14)式において、 $\delta_j F_i$ は、第 $i$ 評価関数の第 $j$ 変数による変化量を表わす。(14)式の関係から、ヤコビ行列 $A_v$ (6)式)、及び解ベクトル $\Delta X_v$ (7)式)のかわりにそれぞれ(15)式、(16)式のような行列 $A_v'$ 、及びベクトル $\Delta X_v'$ を用いてもまったく同様に最適化演算が行なえることが分かる。

【0031】

【数14】

採用した。初期形状としては、 $(1/r_1, 1/r_2)$ の座標で表わして

$$1/r_1 = -1.8, 1/r_2 = 0.5 \quad (17)$$

とした。そして、これら2つの変数 $(1/r_1)$ 、 $(1/r_2)$ の差分 $\delta(1/r_1)$ 、 $\delta(1/r_2)$ をそれぞれ

【0035】

【数15】

$$\delta(1/r_1) = 1 \times 10^{-5} \sim 1 \times 10^0, \delta(1/r_2) = 1 \times 10^{-5} \sim 1 \times 10^0 \quad (18)$$

なる範囲内で設定する。さらに、設定すべき変数差分は、(18)式の範囲で10<sup>2</sup>きざみにすると、各変数について4通り、合計16通りのなかから選べばよいことになる。レンズ設計においては、通常、変数の種別によって、おおよそ設定すべき変数差分の範囲は経験的に分かっている。

【0036】この時、各変数差分設定値における、これら2つの変数及び2つの評価関数に対するヤコビ行列 $A_v$ を求め、積行列 $(A_v^T A_v)$ の2つの固有値 $s_1, s_2$ を計算すると、以下ようになる(全体を(19)式とする)。

(以下余白)

【0037】

【数16】

$$\begin{aligned}
 \delta(1/r_1) &= 1 \times 10^{-6}, \delta(1/r_2) = 1 \times 10^{-6} \\
 s_1 &= 8.6 \times 10^{-13}, s_2 = 2.2 \times 10^{-8} \text{ (図3 (a))} \\
 \delta(1/r_1) &= 1 \times 10^{-6}, \delta(1/r_2) = 1 \times 10^{-4} \\
 s_1 &= 8.0 \times 10^{-10}, s_2 = 2.3 \times 10^{-7} \text{ (図3 (b))} \\
 \delta(1/r_1) &= 1 \times 10^{-6}, \delta(1/r_2) = 1 \times 10^{-2} \\
 s_1 &= 9.0 \times 10^{-10}, s_2 = 2.1 \times 10^{-5} \text{ (図3 (c))} \\
 \delta(1/r_1) &= 1 \times 10^{-6}, \delta(1/r_2) = 1 \times 10^0 \\
 s_1 &= 5.5 \times 10^{-9}, s_2 = 6.8 \times 10^0 \text{ (図3 (d))} \\
 \delta(1/r_1) &= 1 \times 10^{-4}, \delta(1/r_2) = 1 \times 10^{-6} \\
 s_1 &= 8.6 \times 10^{-13}, s_2 = 2.2 \times 10^{-4} \text{ (図4 (a))} \\
 \delta(1/r_1) &= 1 \times 10^{-4}, \delta(1/r_2) = 1 \times 10^{-4} \\
 s_1 &= 8.6 \times 10^{-9}, s_2 = 2.2 \times 10^{-4} \text{ (図4 (b))} \\
 \delta(1/r_1) &= 1 \times 10^{-4}, \delta(1/r_2) = 1 \times 10^{-2} \\
 s_1 &= 8.2 \times 10^{-6}, s_2 = 2.3 \times 10^{-3} \text{ (図4 (c))} \\
 \delta(1/r_1) &= 1 \times 10^{-4}, \delta(1/r_2) = 1 \times 10^0 \\
 s_1 &= 5.5 \times 10^{-9}, s_2 = 6.8 \times 10^0 \text{ (図4 (d))} \\
 \delta(1/r_1) &= 1 \times 10^{-2}, \delta(1/r_2) = 1 \times 10^{-6} \\
 s_1 &= 8.6 \times 10^{-13}, s_2 = 2.2 \times 10^0 \text{ (図5 (a))} \\
 \delta(1/r_1) &= 1 \times 10^{-2}, \delta(1/r_2) = 1 \times 10^{-4} \\
 s_1 &= 8.6 \times 10^{-9}, s_2 = 2.2 \times 10^0 \text{ (図5 (b))} \\
 \delta(1/r_1) &= 1 \times 10^{-2}, \delta(1/r_2) = 1 \times 10^{-2} \\
 s_1 &= 2.2 \times 10^0, s_2 = 8.7 \times 10^{-5} \text{ (図5 (c))} \\
 \delta(1/r_1) &= 1 \times 10^{-2}, \delta(1/r_2) = 1 \times 10^0 \\
 s_1 &= 4.3 \times 10^{-1}, s_2 = 8.5 \times 10^0 \text{ (図5 (d))} \\
 \delta(1/r_1) &= 1 \times 10^0, \delta(1/r_2) = 1 \times 10^{-6} \\
 s_1 &= 5.8 \times 10^{-13}, s_2 = 5.2 \times 10^{+3} \text{ (図6 (a))} \\
 \delta(1/r_1) &= 1 \times 10^0, \delta(1/r_2) = 1 \times 10^{-4} \\
 s_1 &= 5.8 \times 10^{-9}, s_2 = 5.2 \times 10^{+3} \text{ (図6 (b))} \\
 \delta(1/r_1) &= 1 \times 10^0, \delta(1/r_2) = 1 \times 10^{-2} \\
 s_1 &= 5.9 \times 10^{-6}, s_2 = 5.2 \times 10^{+3} \text{ (図6 (c))} \\
 \delta(1/r_1) &= 1 \times 10^0, \delta(1/r_2) = 1 \times 10^0 \\
 s_1 &= 1.5 \times 10^0, s_2 = 5.2 \times 10^{+3} \text{ (図6 (d))}
 \end{aligned}$$

(19)

以上について、それぞれの積行列 ( $A_V^T A_V$ ) の固有値分布は図3 (a) から図6 (d) に示すようになる。これらの図は、CPU1によって演算された固有値分布を出力装置4によって印刷したものである。各図で横軸に数値を指数表示し、その上の前記各固有値 ( $s_1, s_2$ ) の位置を\*で表わしている。また、横軸上にダンピングファクタ  $\rho$  の初期値  $\rho_0$  の位置をXで示し、それを中心としたダンピングファクタ  $\rho$  の探索範囲 (以下「 $\rho$  探索範囲」という) を [##・・・##] で示してある。なお、本実施例では

$$\rho_0 = 1.0 \quad (20)$$

とした。また、 $\rho$  探索範囲を、

【0038】

【数17】

$$\rho_0 \times 10^{-6} \sim \rho_0 \times 0.5 \times 10^3 \quad (21)$$

とした。本発明は積行列 ( $A_V^T A_V$ ) の固有値分布情報から変数の差分量の適切な値を設定するものであり、前記  $\rho$  探索範囲に固有値  $s_1, s_2$  ができるだけ多く含まれるものを設定した方がよいことが、レンズ設計の分野では経験的に分かっている。この場合には図3～6からも明らかなように  $\rho$  探索範囲に固有値  $s_1, s_2$  が1つも含まれていないものが以下に示す場合 (22) 式である。

【0039】

【数18】

$$\begin{aligned}
 \delta(1/r_1) &= 1 \times 10^{-6}, \delta(1/r_2) = 1 \times 10^{-6} \text{ (図3 (a))} \\
 \delta(1/r_1) &= 1 \times 10^{-6}, \delta(1/r_2) = 1 \times 10^{-4} \text{ (図3 (b))}
 \end{aligned} \quad (22)$$

また固有値が1つ ( $s_1$  又は  $s_2$ ) 含まれているのが以下に示す場合 (23) 式) である。

【0040】

【数19】

$$\begin{aligned}
 \delta(1/r_1) &= 1 \times 10^{-6}, \delta(1/r_2) = 1 \times 10^{-2} \text{ (図3 (c))} \\
 \delta(1/r_1) &= 1 \times 10^{-6}, \delta(1/r_2) = 1 \times 10^0 \text{ (図3 (d))} \\
 \delta(1/r_1) &= 1 \times 10^{-4}, \delta(1/r_2) = 1 \times 10^{-6} \text{ (図4 (a))} \\
 \delta(1/r_1) &= 1 \times 10^{-4}, \delta(1/r_2) = 1 \times 10^{-4} \text{ (図4 (b))} \\
 \delta(1/r_1) &= 1 \times 10^{-2}, \delta(1/r_2) = 1 \times 10^{-6} \text{ (図5 (a))} \\
 \delta(1/r_1) &= 1 \times 10^{-2}, \delta(1/r_2) = 1 \times 10^{-4} \text{ (図5 (b))} \\
 \delta(1/r_1) &= 1 \times 10^0, \delta(1/r_2) = 1 \times 10^{-6} \text{ (図6 (a))} \\
 \delta(1/r_1) &= 1 \times 10^0, \delta(1/r_2) = 1 \times 10^{-4} \text{ (図6 (b))}
 \end{aligned}$$

(23)

また固有値  $s_1, s_2$  が両方含まれているのが以下に示す場合 (24) 式) である。

【0041】

【数20】

$$\begin{aligned}
 \delta(1/r_1) &= 1 \times 10^{-4}, \delta(1/r_2) = 1 \times 10^{-2} \text{ (図4 (c))} \\
 \delta(1/r_1) &= 1 \times 10^{-4}, \delta(1/r_2) = 1 \times 10^0 \text{ (図4 (d))} \\
 \delta(1/r_1) &= 1 \times 10^{-2}, \delta(1/r_2) = 1 \times 10^{-2} \text{ (図5 (c))} \\
 \delta(1/r_1) &= 1 \times 10^{-2}, \delta(1/r_2) = 1 \times 10^0 \text{ (図5 (d))} \\
 \delta(1/r_1) &= 1 \times 10^0, \delta(1/r_2) = 1 \times 10^{-2} \text{ (図6 (c))} \\
 \delta(1/r_1) &= 1 \times 10^0, \delta(1/r_2) = 1 \times 10^0 \text{ (図6 (d))}
 \end{aligned}$$

(24)

(24) 式に示したいずれかの変数差分量を設定することによりダンピングファクタ  $\rho$  の値を探索するための反復計算が平均して効率良く行うことができる。より明確に前記変数差分量の適切な値を設定するには、ダンピングファクタ  $\rho$  の初期値  $\rho_0$  が、積行列 ( $A_V^T A_V$ ) の固有値分布の最大のものより小さく最小のものより大きくなっているものを設定すればよい。本実施例の場合

【0042】

【数21】

$$\begin{aligned}
 \delta(1/r_1) &= 1 \times 10^{-6}, \delta(1/r_2) = 1 \times 10^0 \text{ (図3 (d))} \\
 \delta(1/r_1) &= 1 \times 10^{-4}, \delta(1/r_2) = 1 \times 10^0 \text{ (図4 (d))} \\
 \delta(1/r_1) &= 1 \times 10^{-2}, \delta(1/r_2) = 1 \times 10^{-6} \text{ (図5 (a))} \\
 \delta(1/r_1) &= 1 \times 10^{-2}, \delta(1/r_2) = 1 \times 10^{-4} \text{ (図5 (b))} \\
 \delta(1/r_1) &= 1 \times 10^{-2}, \delta(1/r_2) = 1 \times 10^0 \text{ (図6 (c))}
 \end{aligned}$$

(25)

の時、この要求は満たされる。

【0043】さらに定量的に前記変数差分量の適切な値を設定するには、複数の変数  $r_1, r_2$  に対応するダンピングファクタ初期値と前記積行列 ( $A_V^T A_V$ ) の固有値分布の中央値ないし平均値とが略一致するものを設定すればよい。略一致とは、対象によっても異なるが、レンズ設計の場合経験的に  $10^2$  から  $10^3$  程度で一致していればよいことが分かっている。即ち、前記積行列 ( $A_V^T A_V$ ) の固有値分布の中央値ないし平均値を  $s_m$  と表わす

と、前記 $\rho_0$ が

【0044】

【数22】

$$s_1 \times 10^{-3} \sim s_1 \times 10^{-2} \leq \rho_0 \leq s_2 \times 10^2 \sim s_2 \times 10^3 \quad (26)$$

なる関係を満たすようになっていれば、その時設定された前記変数の差分 $\delta(1/r_1)$ 、 $\delta(1/r_2)$ は適切ということになる。本実施例においては、変数の数が2個であるので、積行列 $(A_V^T A_V)$ の固有値分布の中央値と平均値は一致する。そして前記変数差分量に対応した前記固有値分布の平均値を調べると(25)式のように設定すれば(26)式の関係が満たされることが分かる。

【0045】上記変数差分量の設定をもっと自動的に行うには、前記固有値 $s_1$ 、 $s_2$ が $\rho$ 探索範囲に多く含まれるほど評価値が高くなるように、図7に示すような重みづけをすればよい。図7で、横軸が各固有値の値、縦軸がそれぞれの固有値にかかる重みの値であり、固有値が $\rho$ 探索範囲に含まれる場合に1、そうでなければ0となる。

固有値の個数	メリット関数平均値	反復回数平均値
0	0.713	13
1	0.036	10
2	0.034	6.7

この結果から明らかなように $\rho$ 探索範囲に入る固有値の個数が多いものほど、得られるメリット関数値が小さく、反復計算に要した回数も少なくて済む。従って、固有値が $\rho$ 探索範囲に2個入るように変数差分量を設定することにより、効率良く最適な $r_1$ 、 $r_2$ の設計値を得る

	メリット関数平均値	反復回数平均値
存在する場合：	0.073	6.6
存在しない場合：	0.143	10.3

この結果から明らかなように、ダンピングファクタ初期値 $\rho_0$ が固有値分布の最小値と最大値の間に存在するように変数差分量を設定することにより、得られるメリット関数値が小さく反復回数も少なくて済み、最適設計をより効率的に行うことができる。

べき数の差	メリット関数平均値	反復回数平均値
0	0.066	6.6
3	0.005	9.0
4	0.033	13.0
7	0.469	13.0
8	0.958	13.0

この結果から明らかなように、メリット関数値はべき数の差が3程度のとき最小となり、反復回数はべき数の差が小さいほど少ない。従って、べき数の差が2から3程度以内となるように変数差分量を設定することにより、最適設計をより効率的に行うことができる。

【0055】図8は、本発明の第2の実施例の設計対象となるレンズシステムの構成を示す図である。

【0056】本実施例では、レンズ構成要素から成る変数を22個、レンズの特性を表わす評価関数に主とし光

るように設定されており、これによって評価値がより高くなるような変数差分量を設定すればよい。

【0046】また、ダンピングファクタ初期値 $\rho_0$ と固有値分布との相対関係に基づいて変数差分量 $\delta(1/r_1)$ 、 $\delta(1/r_2)$ の設定を行う場合には、図8に示すように、ダンピングファクタ初期値 $\rho_0$ で最も値が高くなり、それから遠ざかるほど徐々に値が低くなるような連続的な重みづけをすれば良い。なお、図7、8に示す重み付け情報(重み付け関数)は記憶装置3に格納されている。

【0047】次に上述した変数差分量の設定により最適化演算を行った場合の結果を説明する。

【0048】まず、 $\rho$ 探索範囲に入る固有値の個数と計算の結果得られたメリット関数平均値、計算に要した反復回数平均値を以下に示す。

【0049】なお、メリット関数値は出発点での値で正規化してある。

【0050】

ことができる。

【0051】次に、ダンピングファクタ初期値 $\rho_0$ が固有値分布の最小値と最大値の間に存在する場合と存在しない場合についての結果を以下に示す。

【0052】

【0053】さらに、ダンピングファクタ初期値 $\rho_0$ と固有値分布の平均値との差をべき数の差で表わし、差が $10^0$ 、 $10^3$ 、 $10^4$ 、 $10^7$ 、 $10^8$ の場合についての結果は以下になる。

【0054】

線収差量を用いた。この合計22個の変数の内訳は面の曲率半径 $r$ が11個と面間隔 $g$ が11個であり、これらの変数差分量を、曲率半径の逆数 $1/r$ に関しては

【0057】

【数23】

$$\delta(1/r) = 1 \times 10^{-6} \sim 1 \times 10^0 \quad (27)$$

面間隔 $g$ に関しては

【0058】

【数24】



$$\delta(\sigma) = 1 \times 10^{-3} \sim 1 \times 10^0 \quad (28)$$

なる範囲内で最適な値に設定することを考える。今、各変数差分量を  $10^1$  きざみで考えると、取り得るすべての組合せは、

【0059】

【数25】

$$7^{11} \times 4^{11} \cong 8.3 \times 10^{15} \text{ 通り}$$

ということになる。このすべてを、1つ当たり  $10^{-6}$  秒で調べたとしても、すべてを調べ終るのには約263年という膨大な時間がかかる。これは組合せ最適化問題で厳密な解を求めるのが非常に困難な問題（いわゆるNP完全型の問題）の一種である。この種の問題の近似解を非常に効率良く解く手法として、遺伝的アルゴリズム（Genetic Algorithm）が従来より知られている。遺伝的アルゴリズムは1960年代にJ.H.Hollandにより考案されたもので、生物進化のエッセンスをそのままコンピュータ上でシミュレートすることにより、最適化問題を効率良く解く手法である。

【0060】具体的には図12に示すような手順で実行される。まずステップS1では問題をモデル化して遺伝子型の設定を行う。遺伝子型としては例えば数字の列（10100110）などを使う。次に、異なる遺伝子を持つ個体（この場合は数字列）を多数作り出す（例えば10110001, 01101010, 111011

$$-6-6-6-6-6-6-6-6-6-6-3-3-3-3-3-3-3-3-3-3-3-3 \quad (29)$$

とする。

【0064】一方、適応性の評価には、積行列（ $A_V^T A_V$ ）の固有値分布の情報を用いる。より具体的には、ダンピングファクタの初期値  $\rho_0$  が積行列（ $A_V^T A_V$ ）の固有値の内の最大のものより小さく最小のものより大きい値となるものほど、高い評価結果が得られるようにする。

【0065】より厳密に適応性を評価しようとする場合には、前記初期値  $\rho_0$  を前記固有値分布の中央値あるいは平均値とを比較し、それらが略一致する場合、高い評価が得られるようにする。

【0066】本実施例では、図10に示すような分布の重み付けを施し、前記固有値が  $\rho$  探索範囲外よりも範囲内のほうが評価値が高くなるように、かつ、 $\rho$  探索範囲内でもダンピングファクタ初期値  $\rho_0$  に近いほど評価が高くなるようにした。

【0067】具体的な数値例で説明すると、まず変数差分量を面の曲率半径  $r$  と面間隔  $g$  とをそれぞれ共通に

【0068】

【数26】

$$\delta(1/r) = 1 \times 10^{-5}$$

$$\delta(g) = 1 \times 10^{-3} \quad (30)$$

とおく。このとき、前記固有値分布を調べると、図11(a)に示すようになった。この状態を出発点として、

00・・・) (ステップS2)。そして作り出した個体の適応性の評価を行う（ステップS3）。即ち各個体（数値列）を所定の評価関数を用いて評価し、次のステップS4で評価の低い個体（数値列）を淘汰する。

【0061】続くステップS5では、淘汰されなかった個体を増殖させ、淘汰された個体数を補い、次いで交差（ステップS6）、突然変異（ステップS7）の処理を行い、得られた個体の適応性が不十分ならステップS3～S7を繰り返す。ここで交差は、特定の遺伝子対を選定して、特定部位の入れ換えを行うものであり、突然変異はある確率で遺伝子のある部位を変化させるものである。

【0062】以上のような処理を最適な変数差分量の設定に適用する場合、遺伝子型をどのように設定するか及び適応性の評価をどのように行うかがポイントとなる。

【0063】本実施例では、まず遺伝子型としては、任意の1組の差分量設定値をべき数で表した数値列を採用した。即ち、例えば数値列の左から右へ、1番目から11番目までを各曲率半径  $r$  に関する差分量のべき数値、12番目から22番目までを各面間隔  $g$  に関する差分量のべき数値とし、 $1/r$  の差分量をすべて  $1 \times 10^{-6}$ 、 $g$  の差分量をすべて  $1 \times 10^{-6}$  とするとき、この状態を表わす遺伝子列を

図11(a)のような固有値分布に図10のような重み付け分布をかけあわせて評価値とし、前記遺伝的アルゴリズムにより、適切な変数差分量を設定するための処理を行う。その結果得られた変数差分量設定値は、曲率半径  $r$ 、面間隔  $g$  についてそれぞれ以下になった。

【0069】

【数27】

$$\delta(1/r) = 1 \times 10^{-5} \sim 1 \times 10^{-2}$$

$$\delta(g) = 1 \times 10^{-3} \sim 1 \times 10^{-1} \quad (31)$$

この変数差分量設定値(31)に対応する固有値分布を調べると図11(b)に示すようになった。図11

(a)と(b)とを比較すれば明かなように、上述した処理によって、前記固有値分布がダンピングファクタ初期値  $\rho_0 (=1.0)$  付近に集まっていることが分かる。

【0070】上述した処理の前後での、正規化されたメリット関数値、および計算に要した反復回数を比較すると、以下になった。

【0071】

	メリット関数値	反復計算回数
処理前	$5.0 \times 10^{-3}$	3
処理後	$1.3 \times 10^{-3}$	3

この結果から明かなように本実施例によれば、減衰最小自乗法の収束効率を向上させることができる。

【0072】次に本発明の第3の実施例においてCPU 1で実行される処理の概要を説明する。

【0073】先ず、前述したヤコビ行列 $A_V$ を以下のよう固有値分解する。

【0074】

【数28】

$$P_V = \begin{bmatrix} p_1 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & p_n \\ & 0 & \end{bmatrix} \quad (33)$$

$m \leq n$  のとき

【0076】

$$P_V = \begin{bmatrix} p_1 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & p_m \\ & & & 0 \end{bmatrix} \quad (34)$$

なる、ヤコビ行列 $A_V$ の $n$ または $m$ 個の特異値を要素に持つ特異値行列である。そして、この特異値行列の積 $P_V^T P_V$ は、

$$P_V^T P_V = \begin{bmatrix} p_1^2 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & p_n^2 \\ & & & p_m^2 \end{bmatrix} \quad (35)$$

と表わせる。こうして得られる $n$ 個の特異値の自乗値 $p_1^2, \dots, p_n^2$ の分布は、一般に前述した変数の差分量 $\delta x_j$ 変化させるに伴って変化する。その際、差分量 $\delta x_j$ によって直接 $n$ 個の特異値の自乗値 $p_1^2, \dots, p_n^2$ の分布を制御するため、本実施例においても第1の実施例と同様の手法(式(13)～(16))を採用している。これにより、差分量 $\delta x_j$ によって $n$ 個の特異値の自乗値 $p_1^2, \dots, p_n^2$ を自由に制御することができる。

【0078】以上のようにして一旦与えた前記変数の差分量 $\delta x_j$ による $n$ 個の特異値の自乗値分布と前記ダンピングファクタ $\rho$ の初期値との関係から、設定された変数差分量が適切な値であるかどうかを判定するとともに、その情報を用いて、さらに適切な値となるように変数差分量 $\delta x_j$ を逐次変更していくことにより最適な差分量設定を行い、最適な設計値を効率的に得られるようにしている。

【0079】上述した手法を第1の実施例と同一のレンスシステムに適用し、(19)式に対応するヤコビ行列 $A_V$ の特異値の自乗値 $p_1^2, k_2^2$ を算出すると以下ようになる(全体を(36)式とする)。

$$A_V = U_V P_V V_V^T \quad (32)$$

ここで、 $U_V V_V^T$ はそれぞれ $m \times m$ 、 $n \times n$ の正規直交行列、 $P_V$ は、 $m > n$  のとき

【0075】

【数29】

【数30】

【0077】

【数31】

【0080】

【数32】

- $\delta(1/r_1) = 1 \times 10^{-8}, \delta(1/r_2) = 1 \times 10^{-8}$   
 $p_1^2 = 8.6 \times 10^{-12}, p_2^2 = 2.2 \times 10^{-1}$  (図 3 (a))  
 $\delta(1/r_1) = 1 \times 10^{-6}, \delta(1/r_2) = 1 \times 10^{-4}$   
 $p_1^2 = 8.0 \times 10^{-10}, p_2^2 = 2.3 \times 10^{-7}$  (図 3 (b))  
 $\delta(1/r_1) = 1 \times 10^{-8}, \delta(1/r_2) = 1 \times 10^{-2}$   
 $p_1^2 = 9.0 \times 10^{-10}, p_2^2 = 2.1 \times 10^{-3}$  (図 3 (c))  
 $\delta(1/r_1) = 1 \times 10^{-8}, \delta(1/r_2) = 1 \times 10^0$   
 $p_1^2 = 5.5 \times 10^{-9}, p_2^2 = 6.8 \times 10^0$  (図 3 (d))  
 $\delta(1/r_1) = 1 \times 10^{-4}, \delta(1/r_2) = 1 \times 10^{-6}$   
 $p_1^2 = 8.6 \times 10^{-13}, p_2^2 = 2.2 \times 10^{-4}$  (図 4 (a))  
 $\delta(1/r_1) = 1 \times 10^{-4}, \delta(1/r_2) = 1 \times 10^{-4}$   
 $p_1^2 = 8.6 \times 10^{-9}, p_2^2 = 2.2 \times 10^{-4}$  (図 4 (b))  
 $\delta(1/r_1) = 1 \times 10^{-4}, \delta(1/r_2) = 1 \times 10^{-2}$   
 $p_1^2 = 8.2 \times 10^{-6}, p_2^2 = 2.3 \times 10^{-3}$  (図 4 (c))  
 $\delta(1/r_1) = 1 \times 10^{-4}, \delta(1/r_2) = 1 \times 10^0$   
 $p_1^2 = 5.5 \times 10^{-5}, p_2^2 = 6.8 \times 10^0$  (図 4 (d))  
 $\delta(1/r_1) = 1 \times 10^{-2}, \delta(1/r_2) = 1 \times 10^{-6}$   
 $p_1^2 = 8.6 \times 10^{-13}, p_2^2 = 2.2 \times 10^0$  (図 5 (a))  
 $\delta(1/r_1) = 1 \times 10^{-2}, \delta(1/r_2) = 1 \times 10^{-4}$   
 $p_1^2 = 8.6 \times 10^{-9}, p_2^2 = 2.2 \times 10^0$  (図 5 (b))  
 $\delta(1/r_1) = 1 \times 10^{-2}, \delta(1/r_2) = 1 \times 10^{-2}$   
 $p_1^2 = 2.2 \times 10^0, p_2^2 = 8.7 \times 10^{-5}$  (図 5 (c))  
 $\delta(1/r_1) = 1 \times 10^{-2}, \delta(1/r_2) = 1 \times 10^0$   
 $p_1^2 = 4.3 \times 10^{-1}, p_2^2 = 8.5 \times 10^0$  (図 5 (d))  
 $\delta(1/r_1) = 1 \times 10^0, \delta(1/r_2) = 1 \times 10^{-6}$   
 $p_1^2 = 5.8 \times 10^{-13}, p_2^2 = 5.2 \times 10^{+1}$  (図 6 (a))  
 $\delta(1/r_1) = 1 \times 10^0, \delta(1/r_2) = 1 \times 10^{-4}$   
 $p_1^2 = 5.8 \times 10^{-9}, p_2^2 = 5.2 \times 10^{+3}$  (図 6 (b))  
 $\delta(1/r_1) = 1 \times 10^0, \delta(1/r_2) = 1 \times 10^{-2}$   
 $p_1^2 = 5.9 \times 10^{-5}, p_2^2 = 5.2 \times 10^{+3}$  (図 6 (c))  
 $\delta(1/r_1) = 1 \times 10^0, \delta(1/r_2) = 1 \times 10^0$   
 $p_1^2 = 1.5 \times 10^0, p_2^2 = 5.2 \times 10^{+3}$  (図 6 (d))

(36)

これから明らかなようにヤコビ行列  $A_V$  の特異値の自乗値の分布は、前記積行列 ( $A_V^T A_V$ ) の固有値の分布と全く同じとなる。即ち、ヤコビ行列  $A_V$  の特異値の自乗値  $p_1^2, p_2^2$  は、積行列 ( $A_V^T A_V$ ) の固有値と等しい。

【0081】よって、第 1 の実施例において積行列 ( $A_V^T A_V$ ) の固有値  $s_1, s_2$  を、ヤコビ行列  $A_V$  の特異値の自乗値  $p_1^2, p_2^2$  に置き換えたものが本実施例に相当し、本実施例によっても第 1 の実施例と同様の効果を奏する。

【0082】また、第 2 の実施例においても同様の置き換えが可能である。

【0083】

【発明の効果】以上詳述したように請求項 1 の設計支援装置又は請求項 11 の設計支援方法によれば、複数の構成要素に対応する変数の差分量に対する系の特性の変化量を要素に持つヤコビ行列 ( $A_V$ ) と該ヤコビ行列の転置行列 ( $A_V^T$ ) との積で構成される積行列 ( $A_V^T A_V$ ) の固有値分布情報が演算され、該固有値分布情報を用い

て前記変数の差分量が設定されるので、降下法による最適値の演算を効率良く行い、最適な設計値を効率良く得ることができる。

【0084】また、請求項 6 の設計支援装置又は請求項 16 の設計支援方法によれば、複数の構成要素に対応する変数の差分量に対する前記系の特性の変化量を要素に持つヤコビ行列 ( $A_V$ ) の特異値の自乗値分布情報が演算され、該自乗値分布情報を用いて前記変数の差分量が設定されるので、上記同様の効果を奏する。

【図面の簡単な説明】

【図 1】本発明の一実施例に係る設計支援装置の構成を示す図である。

【図 2】設計の対象とした第 1 のレンズの系の構成を示す図である。

【図 3】ヤコビ行列とその転置行列の積行列の固有値 (ヤコビ行列の特異値の自乗値) の分布を示す図である。

【図 4】ヤコビ行列とその転置行列の積行列の固有値 (ヤコビ行列の特異値の自乗値) の分布を示す図である。

【図 5】ヤコビ行列とその転置行列の積行列の固有値 (ヤコビ行列の特異値の自乗値) の分布を示す図である。

【図 6】ヤコビ行列とその転置行列の積行列の固有値 (ヤコビ行列の特異値の自乗値) の分布を示す図である。

【図 7】重み付け情報 (重み付け関数) の一例を示す図である。

【図 8】重み付け情報 (重み付け関数) の一例を示す図である。

【図 9】設計の対象とした第 2 のレンズ系の構成を示す図である。

【図 10】重み付け情報 (重み付け関数) の一例を示す図である。

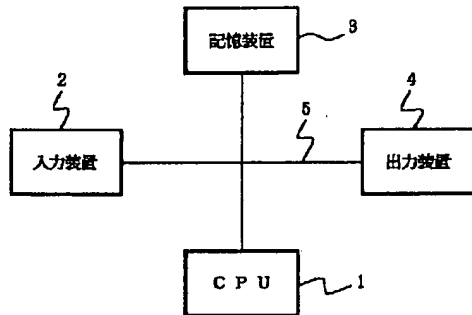
【図 11】ヤコビ行列とその転置行列の積行列の固有値 (ヤコビ行列の特異値の自乗値) の分布を示す図である。

【図 12】遺伝子的アルゴリズムの手順を示すフローチャートである。

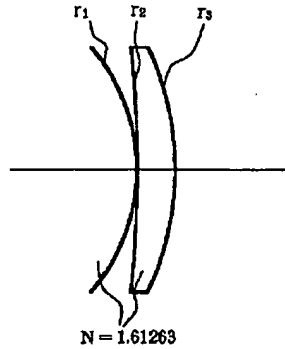
【符号の説明】

- 1 CPU
- 2 入力装置
- 3 記憶装置
- 4 出力装置

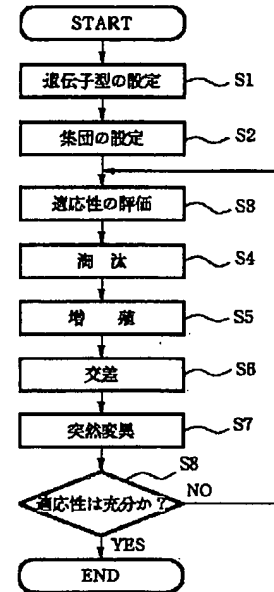
【図 1】



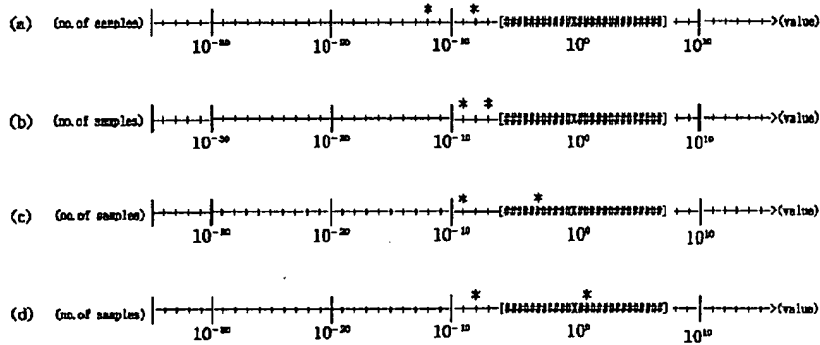
【図 2】



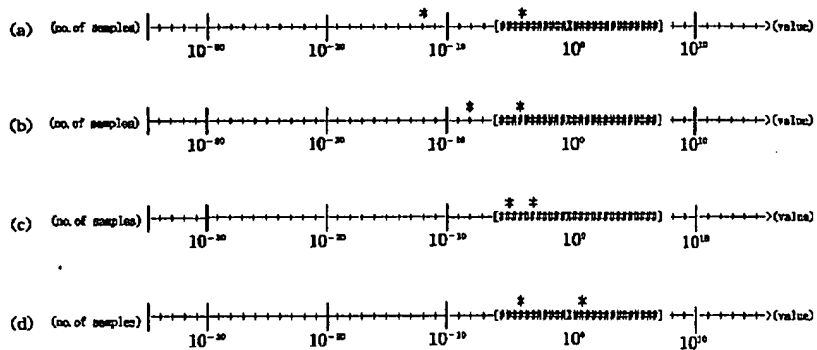
【図 12】



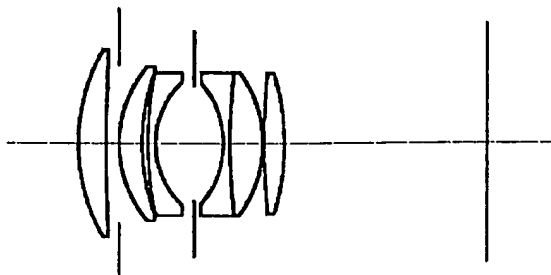
【図 3】



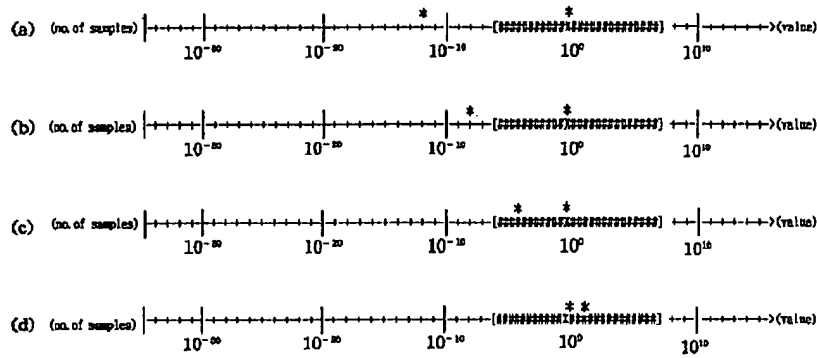
【図 4】



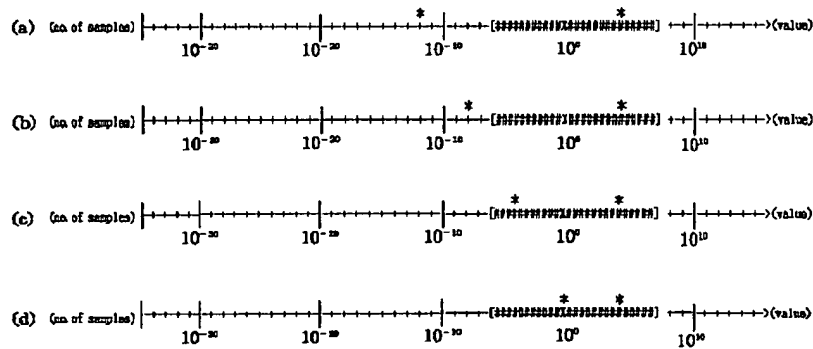
【図 9】



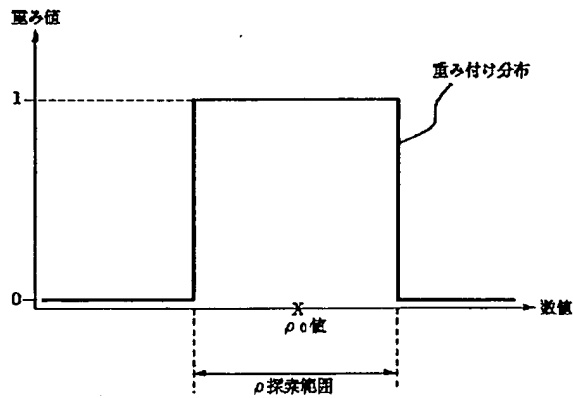
【図 5】



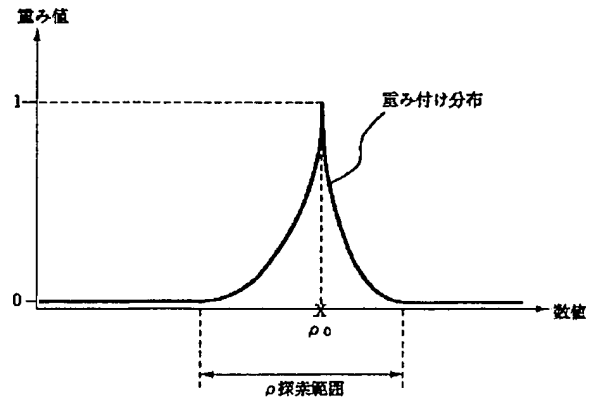
【図 6】



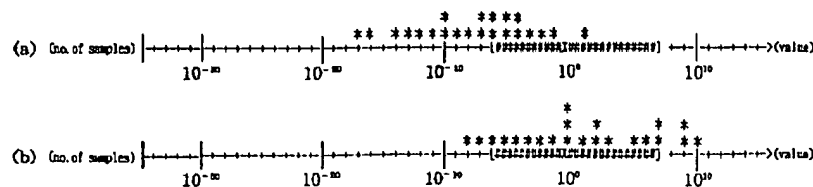
【図 7】



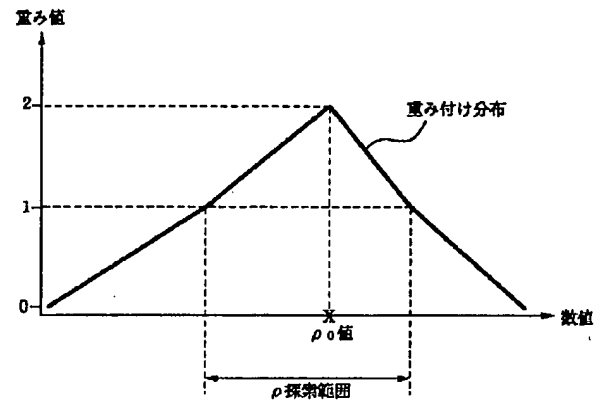
【図 8】



【図 11】



【図10】



(11) Japanese Unexamined Patent Application Publication No.

7-334560

(43) Publication Date: December 22, 1995

(21) Application No. 6-147095

(22) Application Date: June 6, 1994

(71) Applicant: CANON Inc.

(72) Inventor: Hiroshi MATSUI

(74) Agent: Patent Attorney, Toshihiko WATABE

(54) [Title of the Invention] METHOD AND DEVICE FOR  
SUPPORTING DESIGN OF LENS OR THE LIKE

(57) [Abstract]

[Object] To efficiently calculate an optimal design value by adequately setting a variable difference amount in the design of a lens or the like by an attenuation least square method.

[Solving Means] A CPU 1 calculates eigen value distribution information on the product matrix ( $A_v^T A_v$ ) of the Jacobian matrix  $A_v$  with the variable amount of the characteristic (an evaluation function  $F_v(X_v)$ ) of the system for the variable difference amount  $\delta x_j$  of the system being a design object as elements thereof and the transposed matrix  $A_v^T$  and sets the variable difference amount  $\delta x_j$  by using the eigen value distribution information. The square value of

- 2 -

the singular value of the Jacobian matrix  $A$  may be used in place of the eigen value of the product matrix  $(A^T A)$ .



[Claims]

[Claim 1] A design supporting device to support the design of a lens or the like by an attenuation least square method for locally changing and optimizing a plurality of components so that a system of a design object comprising the plurality of components has a desired characteristic comprising:

an eigen value distribution information operating means to operate eigen value distribution information on the product matrix ( $Av^TAv$ ) constituted of the product of the Jacobian matrix ( $Av$ ) with the variable amount of the characteristic of the system to the difference amount of the variables corresponding to the plurality of components as the elements thereof and the transposed matrix ( $Av^T$ ) of the Jacobian matrix; and

a difference amount setting means to set the difference amount of the variables by using the eigen value distribution information.

[Claim 2] The design supporting device according to Claim 1, wherein the difference amount of the variables is set so that the initial value of the damping factor in the attenuation least square method is present between the minimum value and the maximum value of the eigen value distribution of the product matrix.

[Claim 3] The design supporting device according to Claim 1,

wherein the difference amount of the variables is set so that the median of the eigen value distribution of the product matrix is substantially matched with the initial value of the damping factor in the attenuation least square method.

[Claim 4] The design supporting device according to Claim 1, wherein the difference amount of the variables is set so that the mean of the eigen value distribution of the product matrix is substantially matched with the initial value of the damping factor in the attenuation least square method.

[Claim 5] The design supporting device according to Claim 1, wherein the difference amount of the variables is set by using eigen value distribution information on the product matrix and predetermined weighting information set corresponding to the eigen value distribution.

[Claim 6] A design supporting device to support the design of a lens or the like by an attenuation least square method for locally changing and optimizing a plurality of components so that a system of a design object comprising the plurality of components has a desired characteristic comprising:

a square value distribution information operating means to operate square value distribution information on the eigen value of the Jacobian matrix ( $\Delta v$ ) with the variable amount of the characteristic of the system to the difference

amount of the variables corresponding to the plurality of components as the elements thereof; and

a difference amount setting means to set the difference amount of the variables by using the square value distribution information.

[Claim 7] The design supporting device according to Claim 6, wherein the difference amount of the variables is set so that the initial value of the damping factor in the attenuation least square method is present between the minimum value and the maximum value of the square value distribution of the eigen values of the Jacobian matrix.

[Claim 8] The design supporting device according to Claim 6, wherein the difference amount of the variables is set so that the median of the square value distribution of the eigen value of the Jacobian matrix is substantially matched with the initial value of the damping factor in the attenuation least square method.

[Claim 9] The design supporting device according to Claim 6, wherein the difference amount of the variables is set so that the mean of the square value distribution of the eigen value of the Jacobian matrix is substantially matched with the initial value of the damping factor in the attenuation least square method.

[Claim 10] The design supporting device according to Claim 6, wherein the difference amount of the variables is set by

using square value distribution information on the eigen value of the Jacobian matrix and predetermined weighting information set corresponding to the square value distribution.

[Claim 11] A design supporting method to support the design of a lens or the like by an attenuation least square method for locally changing and optimizing a plurality of components so that a system of a design object comprising the plurality of components has a desired characteristic comprising:

a step of operating eigen value distribution information on the product matrix ( $Av^TAv$ ) constituted of the product of the Jacobian matrix ( $Av$ ) with the variable amount of the characteristic of the system to the difference amount of the variables corresponding to the plurality of components as the elements thereof and the transposed matrix ( $Av^T$ ) of the Jacobian matrix; and

a step of setting the difference amount of the variables by using the eigen value distribution information.

[Claim 12] The design supporting method according to Claim 11, wherein the difference amount of the variables is set so that the initial value of the damping factor in the attenuation least square method is present between the minimum value and the maximum value of the eigen value distribution of the product matrix.

[Claim 13] The design supporting method according to Claim 11, wherein the difference amount of the variables is set so that the median of the eigen value distribution of the product matrix is substantially matched with the initial value of the damping factor in the attenuation least square method.

[Claim 14] The design supporting method according to Claim 11, wherein the difference amount of the variables is set so that the mean of the eigen value distribution of the product matrix is substantially matched with the initial value of the damping factor in the attenuation least square method.

[Claim 15] The design supporting method according to Claim 11, wherein the difference amount of the variables is set by using eigen value distribution information on the product matrix and predetermined weighting information set corresponding to the eigen value distribution.

[Claim 16] A design supporting method to support the design of a lens or the like by an attenuation least square method for locally changing and optimizing a plurality of components so that a system of a design object comprising the plurality of components has a desired characteristic comprising:

a step of operating square value distribution information on the eigen value of the Jacobian matrix ( $\Delta v$ ) with the variable amount of the characteristic of the system

to the difference amount of the variables corresponding to the plurality of components as the elements thereof; and

a step of setting the difference amount of the variables by using the square value distribution information.

[Claim 17] The design supporting method according to Claim 16, wherein the difference amount of the variables is set so that the initial value of the damping factor in the attenuation least square method is present between the minimum value and the maximum value of the square value distribution of the eigen values of the Jacobian matrix.

[Claim 18] The design supporting method according to Claim 16, wherein the difference amount of the variables is set so that the median of the square value distribution of the eigen value of the Jacobian matrix is substantially matched with the initial value of the damping factor in the attenuation least square method.

[Claim 19] The design supporting method according to Claim 16, wherein the difference amount of the variables is set so that the mean of the square value distribution of the eigen value of the Jacobian matrix is substantially matched with the initial value of the damping factor in the attenuation least square method.

[Claim 20] The design supporting method according to Claim 16, wherein the difference amount of the variables is set by using square value distribution information on the eigen

value of the Jacobian matrix and predetermined weighting information set corresponding to the square value distribution.

#### Detailed Description of the Invention

[0001]

[Technical Field of the Invention] The present invention relates to a design supporting device and a design supporting method using an attenuation least square method out of optimization methods to locally changing a plurality of components so that an objective system comprising the plurality of components have desired characteristics, and for example, it relates to a design supporting device and a design supporting method to support a lens design, an optimum pattern design of an LSI, a building design and the like.

[0002]

[Description of the Related Art] Components to constitute a system as a design object are expressed by variable vectors consisting of n pieces of elements as follows.

[0003]

[Formula 1]

$$X_v = [X_1, \dots, X_n]^T \quad (1)$$

And the amount to evaluate the characteristics of the object is expressed by an evaluation function vector consisting of m pieces of elements as follows.

[0004]

[Formula 2]

$$F_v(X_v) = [F_1(X_v), \dots, F_n(X_v)]^T \quad (2)$$

[0005]

[Formula 3]

$$F_k(X_v) = w_k\{f_k(X_v) - f_{k,tar}\} \quad (3)$$

Where, suffix  $v$  is added to indicate  $X_v$  and  $F_v$  are vectors (or matrix). Further,  $f_k(X_v)$ ,  $f_k$  and  $tar$  are the values of the evaluation function to indicate respective characteristic values, and a target value thereof, and  $w_k$  is a weighting coefficient. A constraint value may be included in these evaluation functions in addition to the characteristic value intended for a desired value. In the attenuation least square method, a solution is generally obtained so that the amount of deviation (error) from a target value of each evaluation function value is minimized, and an objective function expressed by the following formula is used for a single evaluation scale.

[0006]

[Formula 4]

$$\phi(X_v) = F_v^T(X_v)F_v(X_v) \quad (4)$$

The objective function expressed by the formula (4) is referred to as a merit function in the field of the lens design, in particular. By applying the least square method to the formula (4), the necessary information of  $X_v$  for a



local minimum value is given as follows.

[0007]

[Formula 5]

$$(A_v^T A_v) \Delta X_v = -A_v^T F_{v0} \quad (5)$$

Where,  $A_v$  is a Jacobian (Jacobi) matrix of  $F_v(X_v)$ , and defined by Formula (6).

[0008]

[Formula 6]

$$A_v = \begin{bmatrix} \frac{\partial F_1}{\partial x_1} & \frac{\partial F_1}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial F_1}{\partial x_n} \\ \frac{\partial F_2}{\partial x_1} & \frac{\partial F_2}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial F_2}{\partial x_n} \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial F_m}{\partial x_1} & \frac{\partial F_m}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial F_m}{\partial x_n} \end{bmatrix} \quad (6)$$

In Formula (6),  $F_i$  means an  $i$ -th element  $F_i(X_v)$  of the evaluation function vector  $F_v(X_v)$  (Formula (2)).  $\Delta X_v$  is a solution vector to indicate fluctuation of the variable vector to the next step, and expressed as follows.

[0009]

[Formula 7]

$$\Delta X_v = [\Delta X_1, \dots, \Delta X_n]^T \quad (7)$$

Generally, in the attenuation least square method, an optimum solution is obtained by solving Formula (8) by using a parameter (a damping factor)  $\rho$  to correct non-linear components of the secondary or higher differential in place of directly solving Formula (5).

[0010]

[Formula 8]

$$(A_v^T A_v + \rho I_v) \Delta X_v = -A_v^T F_{v0} \quad (8)$$

Where,  $I_v$  is a unit matrix.

[0011] In the field of the lens design, a term of the attenuation least square method (DLS method: a Damped Least Squares method) is extensively used. On the other hand, in the field of the non-linear planning method or the like, a term of the Levenberg-Marquardt method is extensively used.

[0012] On the other hand, in the actual numerical calculation, each element  $a_{ij}$  of  $A_v$  is calculated not by using a strict differential coefficient value (Formula (9)) expressed by Formula (6), but calculated by using Formula (10) for the difference value.

[0013]

[Formula 9]

$$a_{ij} = \partial F_1 / \partial x_j \quad (9)$$

$$a_{ij} = \delta F_1 / \delta x_j \quad (10)$$

[0014]

[Problems to be Solved by the Invention] However, the value of the optimum variable difference amount  $\delta x_j$  is diversified according to the characteristic of the object system, raising a problem in that, if an inadequate value is given, errors occur in the numerical computation, many iterative calculations are required, and the optimum solution cannot be efficiently obtained.

[0015] The present invention is achieved in light of this point, and an object of the present invention is to provide a design supporting device and a design supporting method capable of obtaining the optimum solution in a constantly efficient manner by adequately setting the variable difference amount.

[0016]

[Means for Solving the Problems] In order to achieve the above-described object of the present invention, a design supporting device to support the design of a lens or the like by an attenuation least square method for locally changing and optimizing a plurality of components so that a system of a design object comprising the plurality of components has a desired characteristic comprises an eigen value distribution information operating means to operate eigen value distribution information on the product matrix  $(Av^T Av)$  constituted of the product of the Jacobian matrix  $(Av)$  with the variable amount of the characteristic of a system to the difference amount of the variables corresponding to the plurality of components as the elements thereof and the transposed matrix  $(Av^T)$  of the Jacobian matrix, and a difference amount setting means to set the difference amount of the variables by using the eigen value distribution information.

[0017] In order to achieve the same object of the present

invention, in a design supporting method to support the design of a lens or the like by an attenuation least square method for locally changing and optimizing a plurality of components so that a system of a design object comprising the plurality of components has a desired characteristic, eigen value distribution information is operated on the product matrix ( $Av^T Av$ ) constituted of the product of the Jacobian matrix ( $Av$ ) with the variable amount of the characteristic of the system to the difference amount of the variables corresponding to the plurality of components as the elements thereof and the transposed matrix ( $Av^T$ ) of the Jacobian matrix, and the difference amount of the variables is set by using the eigen value distribution information.

[0018] Further, preferably in the design supporting device or the design supporting method, the difference amount of the variables is set so that the initial value of the damping factor in the attenuation least square method is present between the minimum value and the maximum value of the eigen value distribution of the product matrix, the difference amount of the variables is set so that the median of the eigen value distribution of the product matrix is substantially matched with the initial value of the damping factor in the attenuation least square method, the difference amount of the variables is set so that the mean of the eigen value distribution of the product matrix is

substantially matched with the initial value of the damping factor in the attenuation least square method, and the difference amount of the variables is set by using eigen value distribution information on the product matrix and predetermined weighting information set corresponding to the eigen value distribution.

[0019] In addition, in the design supporting device or the design supporting method, the "square value distribution of the singular values of the Jacobian matrix ( $A_v$ )" may be used in place of the "eigen value distribution of the product matrix ( $A_v^T A_v$ )".

[0020]

[Operation] According to the device of Claim 1 or according to the method of Claim 11, eigen value distribution information on the product matrix ( $A_v^T A_v$ ) of the Jacobian matrix ( $A_v$ ) with the variable amount of the characteristic of the system to the difference amount of the variables corresponding to a plurality of components as the elements thereof and the transposed matrix ( $A_v^T$ ) of the Jacobian matrix, and the difference amount of the variables is set by using the eigen value distribution information.

[0021] According to the device of Claim 6 or according to the method of Claim 16, square value distribution information on the singular values of the Jacobian matrix ( $A_v$ ) with the variable amount of the characteristic of the

system to the difference amount of the variables corresponding to a plurality of components as the elements thereof is operated, and the difference amount of the variables is set by using the square value distribution information.

[0022]

[Embodiments] Embodiments of the present invention will be described with reference to the drawings.

[0023] Fig. 1 shows a configuration of a design supporting device according to an embodiment of the present invention. This device comprises a CPU (a Central Processing Unit) 1 to perform various kinds of operations to optimize a variable corresponding to a component of a system for the design object, an input device 2 to input data and operation commands to the CPU 1 by a user, a storage device 3 to store programs executed by the CPU 1 and data or the like under operations, and an output device 4 to display the result of operations on a display device or to print the result of operations by a printer. These components 1 to 4 are connected to each other by a bus 5.

[0024] Next, the outline of the processing executed by the CPU 1 will be described.

[0025] Firstly, the product matrix ( $Av^T Av$ ) of the above-described Jacobian matrix  $Av$  and a transposed matrix  $Av^T$  thereof is subjected to the eigen value break-down as

follows.

[0026]

[Formula 10]

$$(A_v^T A_v) = V_v S_v V_v^T \quad (11)$$

Where,  $V_v$  denotes an orthogonal matrix, and  $S_v$  denotes an diagonal matrix of  $n$ ,  $n$ -type with  $n$ -eigen values of the product matrix  $(A_v^T A_v)$  as elements as shown in Formula (12).

[0027]

[Formula 11]

$$S_v = \begin{bmatrix} s_1 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & s_n \end{bmatrix} \quad (12)$$

The distribution of  $n$ - eigen values  $s_1, \dots, s_n$  which are thus obtained is generally changed as the difference amount  $\delta x_j$  of the above-described variable is changed. In this case, the following method is employed in the present embodiment to directly control  $n$ -eigen value distribution by the difference amount  $\delta x_j$ .

[0028] Firstly, attention is paid to a linear approximation in a vicinity of  $X_{v0}$  of the above-described evaluation function vector  $F_v(X_v)$  as expressed below.

[0029]

[Formula 12]

$$F_v(X_v) = F_v(X_{v0}) + A_v \Delta X_v \quad (13)$$

Then, the  $i$ -th element of the evaluation function

vector  $Fv(Xv)$  will be expressed as follows (Formula (14)).

[0030]

[Formula 13]

$$\begin{aligned} F_i(X_v) &= F_i(X_0) + \left(\frac{\partial F_i}{\partial x_1}\right) \Delta X_1 + \dots + \left(\frac{\partial F_i}{\partial x_n}\right) \Delta X_n \\ &= F_i(X_0) + \delta_{i1} F_i \left(\frac{\Delta X_1}{\delta x_1}\right) + \dots + \delta_{in} F_i \left(\frac{\Delta X_n}{\delta x_n}\right) \quad (14) \end{aligned}$$

In Formula (14),  $\delta_j F_i$  denotes the variable amount by the  $i$ -th variable of the  $i$ -th evaluation function. From the relationship of Formula (14), it is proved that completely similar optimum operation can be performed even by using the matrix  $Av'$  and the vector  $\Delta Xv'$  such as in Formulae (15) and (16) in place of the Jacobian matrix  $Av$  (Formula (6)) and the solution vector  $\Delta Xv$  (Formula (7)).

[0031]

[Formula 14]

$$Av' = \begin{bmatrix} \delta_{1F1} & \delta_{2F1} & \dots & \delta_{nF1} \\ \delta_{1F2} & \delta_{2F2} & \dots & \delta_{nF2} \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \delta_{1Fm} & \delta_{2Fm} & \dots & \delta_{nFm} \end{bmatrix} \quad (15)$$

$$\Delta Xv' = \left[ \left(\frac{\Delta X_1}{\delta x_1}\right), \dots, \left(\frac{\Delta X_n}{\delta x_n}\right) \right]^T \quad (16)$$

By this method, the value of each element of the Jacobian matrix can be directly changed by the difference amount  $\delta x_j$  of the variable, and  $n$ -eigen values of  $s_1$  to  $s_n$  can be freely controlled.



[0032] As described above, it is determined whether or not the set variable difference amount  $\delta x_j$  is an adequate value from the relationship between distribution of  $n$ -eigen values  $s_1$  to  $s_n$  by the difference amount  $\delta x_j$  of the variable which is once given and the initial value of the damping factor  $\rho$ , and the optimum difference amount is set by changing the variable difference amount  $\delta x_j$  so as to obtain a more adequate value by using the information, and the optimal design value is efficiently obtained.

[0033] Next, the present invention will be described more specifically by an example of the lens design.

[0034] Fig. 2 shows a thin-walled lens model as the design object according to the first embodiment of the present invention. In Fig. 2, the lens has a thickness so as to easily show the embodiment. However, the lens thickness and the spacing in the calculation are set to be zero. The radius of curvature  $r_3$  is used so that the focal distance of the entire system is correctly 1 to this lens system, and remaining two radii of curvature  $r_1$  and  $r_2$  are defined as variables. The tertiary spherical difference coefficient and the coma aberration coefficient are employed as two evaluation functions. The initial shape is expressed by the coordinates of  $(1/r_1, 1/r_2)$  as follows.

$$1/r_1 = -1.8, \text{ and } 1/r_2 = 0.5 \quad (17)$$

The difference amounts  $\delta(1/r_1)$  and  $\delta(1/r_2)$  of these two

variables  $(1/r_1)$  and  $(1/r_2)$  are set in a range specified as follows.

[0035]

[Formula 15]

$$\delta(1/r_1) = 1 \times 10^{-6} \sim 1 \times 10^0, \delta(1/r_2) = 1 \times 10^{-6} \sim 1 \times 10^0 \quad (18)$$

In addition, the variable difference amount to be set may be selected from four cases for each variable, i.e., sixteen in total at every  $10^2$  in the range of Formula (18). Generally, in the lens design, the range of the variable difference amount to be roughly set is empirically understood according to the kind of the variables.

[0036] In this condition, the Jacobian matrix  $Av$  for two variables and two evaluation functions in each variable difference amount set value is obtained. Two eigen values  $s_1$  and  $s_2$  of the product matrix  $(Av^T Av)$  are calculated as follows (entirely expressed by Formula (19)).

(Margin below)

[0037]

[Formula 16]

$$\delta(1/r_1) = 1 \times 10^{-6}, \delta(1/r_2) = 1 \times 10^{-6}$$

$$s_1 = 8.6 \times 10^{-13}, s_2 = 2.2 \times 10^{-8} \text{ (Fig. 3(a))}$$

$$\delta(1/r_1) = 1 \times 10^{-6}, \delta(1/r_2) = 1 \times 10^{-4}$$

$$s_1 = 8.0 \times 10^{-10}, s_2 = 2.3 \times 10^{-7} \text{ (Fig. 3(b))}$$

$$\delta(1/r_1) = 1 \times 10^{-6}, \delta(1/r_2) = 1 \times 10^{-2}$$

$$s_1 = 9.0 \times 10^{-10}, s_2 = 2.1 \times 10^{-3} \text{ (Fig. 3(c))}$$

$$\delta(1/r_1) = 1 \times 10^{-6}, \delta(1/r_2) = 1 \times 10^0$$

$$s_1 = 5.5 \times 10^{-9}, s_2 = 6.8 \times 10^0 \text{ (Fig. 3(d))}$$

$$\delta(1/r_1) = 1 \times 10^{-4}, \delta(1/r_2) = 1 \times 10^{-6}$$

$$s_1 = 8.6 \times 10^{-13}, s_2 = 2.2 \times 10^{-4} \text{ (Fig. 4(a))}$$

$$\delta(1/r_1) = 1 \times 10^{-4}, \delta(1/r_2) = 1 \times 10^{-4}$$

$$s_1 = 8.6 \times 10^{-9}, s_2 = 2.2 \times 10^{-4} \text{ (Fig. 4(b))}$$

$$\delta(1/r_1) = 1 \times 10^{-4}, \delta(1/r_2) = 1 \times 10^{-2}$$

$$s_1 = 8.2 \times 10^{-6}, s_2 = 2.3 \times 10^{-3} \text{ (Fig. 4(c))}$$

$$\delta(1/r_1) = 1 \times 10^{-4}, \delta(1/r_2) = 1 \times 10^0$$

$$s_1 = 5.5 \times 10^{-6}, s_2 = 6.8 \times 10^0 \text{ (Fig. 4(d))}$$

$$\delta(1/r_1) = 1 \times 10^{-2}, \delta(1/r_2) = 1 \times 10^{-6}$$

$$s_1 = 8.6 \times 10^{-13}, s_2 = 2.2 \times 10^0 \text{ (Fig. 5(a))}$$

$$\delta(1/r_1) = 1 \times 10^{-2}, \delta(1/r_2) = 1 \times 10^{-4}$$

$$s_1 = 8.6 \times 10^{-9}, s_2 = 2.2 \times 10^0 \text{ (Fig. 5(b))}$$

$$\delta(1/r_1) = 1 \times 10^{-2}, \delta(1/r_2) = 1 \times 10^{-2}$$

$$s_1 = 2.2 \times 10^0, s_2 = 8.7 \times 10^{-5} \text{ (Fig. 5(c))}$$

$$\delta(1/r_1) = 1 \times 10^{-2}, \delta(1/r_2) = 1 \times 10^0$$

$$s_1 = 4.3 \times 10^{-1}, s_2 = 8.5 \times 10^0 \text{ (Fig. 5(d))}$$

$$\delta(1/r_1) = 1 \times 10^0, \delta(1/r_2) = 1 \times 10^{-6}$$

$$s_1 = 5.8 \times 10^{-13}, s_2 = 5.2 \times 10^{+3} \text{ (Fig. 6(a))}$$

$$\delta(1/r_1) = 1 \times 10^0, \delta(1/r_2) = 1 \times 10^{-4}$$

$$s_1 = 5.8 \times 10^{-9}, s_2 = 5.2 \times 10^{+3} \text{ (Fig. 6(b))}$$

$$\delta(1/r_1) = 1 \times 10^0, \delta(1/r_2) = 1 \times 10^{-2}$$

$$s_1 = 5.9 \times 10^{-6}, s_2 = 5.2 \times 10^{+3} \text{ (Fig. 6(c))}$$

$$\delta(1/r_1) = 1 \times 10^0, \delta(1/r_2) = 1 \times 10^0$$

$$s_1 = 1.5 \times 10^0, s_2 = 5.2 \times 10^{+3} \text{ (Fig. 6(d))}$$

(19)

As described above, the eigen value distribution of each product matrix ( $Av^TAv$ ) is indicated in Fig. 3(a) to Fig. 6(d). These figures indicate the eigen value distribution operated by the CPU 1 and printed by the output device 4. In each figure, the numerals are exponentially indicated on the horizontal axis, and the position of each eigen value ( $s_1, s_2$ ) is indicated by \*. Further, the position of the initial value  $\rho_0$  of the damping factor  $\rho$  is indicated by X on the horizontal axis, and the search range of the damping factor  $\rho$  therearound (hereinafter, referred to as " $\rho$  search range") is indicated by [## ... ##]. In the present embodiment,  $\rho_0$  is set as follows.

$$\rho_0 = 1.0 \quad (20)$$

In addition, the  $\rho$  search range is set as follows.

[0038]

[Formula 17]

$$\rho_0 \times 10^{-6} \sim \rho_0 \times 0.5 \times 10^8 \quad (21)$$

In the present invention, an adequate value of the difference amount of the variable is set from eigen value distribution information on the product matrix ( $Av^TAv$ ), and it is empirically understood in the field of the lens design to set one including the eigen values  $s_1$  and  $s_2$  in the  $\rho$  search range as many as possible. In this case, as clearly

shown in Figs. 3 to 6, one including no eigen values  $s_1$  and  $s_2$  in the  $\rho$  search range is a case shown below (Formula (22)).

[0039]

[Formula 18]

$$\delta(1/r_1) = 1 \times 10^{-6}, \delta(1/r_2) = 1 \times 10^{-6} \text{ (Fig. 3(a))}$$

$$\delta(1/r_1) = 1 \times 10^{-6}, \delta(1/r_2) = 1 \times 10^{-4} \text{ (Fig. 3(b))}$$

(22)

Further, one including one eigen value ( $s_1$  or  $s_2$ ) is the case shown below (Formula (23)).

[0040]

[Formula 19]

$$\delta(1/r_1) = 1 \times 10^{-6}, \delta(1/r_2) = 1 \times 10^{-2} \text{ (Fig. 3(c))}$$

$$\delta(1/r_1) = 1 \times 10^{-6}, \delta(1/r_2) = 1 \times 10^0 \text{ (Fig. 3(d))}$$

$$\delta(1/r_1) = 1 \times 10^{-4}, \delta(1/r_2) = 1 \times 10^{-6} \text{ (Fig. 4(a))}$$

$$\delta(1/r_1) = 1 \times 10^{-4}, \delta(1/r_2) = 1 \times 10^{-4} \text{ (Fig. 4(b))}$$

$$\delta(1/r_1) = 1 \times 10^{-2}, \delta(1/r_2) = 1 \times 10^{-6} \text{ (Fig. 5(a))}$$

$$\delta(1/r_1) = 1 \times 10^{-2}, \delta(1/r_2) = 1 \times 10^{-4} \text{ (Fig. 5(b))}$$

$$\delta(1/r_1) = 1 \times 10^0, \delta(1/r_2) = 1 \times 10^{-6} \text{ (Fig. 6(a))}$$

$$\delta(1/r_1) = 1 \times 10^0, \delta(1/r_2) = 1 \times 10^{-4} \text{ (Fig. 6(b))}$$

(23)

Further, one including both the eigen values  $s_1$  and  $s_2$  is the case shown below (Formula (24)).

[0041]

[Formula 20]

$$\begin{aligned}
 \delta(1/r_1) &= 1 \times 10^{-4}, \delta(1/r_2) = 1 \times 10^{-2} \text{ (Fig. 4(c))} \\
 \delta(1/r_1) &= 1 \times 10^{-4}, \delta(1/r_2) = 1 \times 10^0 \text{ (Fig. 4(d))} \\
 \delta(1/r_1) &= 1 \times 10^{-2}, \delta(1/r_2) = 1 \times 10^{-2} \text{ (Fig. 5(c))} \\
 \delta(1/r_1) &= 1 \times 10^{-2}, \delta(1/r_2) = 1 \times 10^0 \text{ (Fig. 5(d))} \\
 \delta(1/r_1) &= 1 \times 10^0, \delta(1/r_2) = 1 \times 10^{-2} \text{ (Fig. 6(c))} \\
 \delta(1/r_1) &= 1 \times 10^0, \delta(1/r_2) = 1 \times 10^0 \text{ (Fig. 6(d))}
 \end{aligned}
 \tag{24}$$

By setting any one of the variable difference amounts shown in Formula (24), iterative calculation to search the value of the damping factor  $\rho$  can be efficiently performed on the average. In order to set an adequate value of the variable difference amount more clearly, one in which the initial value  $\rho_0$  of the damping factor  $\rho$  is smaller than the maximum value and larger than the minimum value of the eigen value distribution of the product matrix  $(Av^TAv)$ .

[0042]

[Formula 21]

$$\begin{aligned}
 \delta(1/r_1) &= 1 \times 10^{-6}, \delta(1/r_2) = 1 \times 10^0 \text{ (Fig. 3(d))} \\
 \delta(1/r_1) &= 1 \times 10^{-4}, \delta(1/r_2) = 1 \times 10^0 \text{ (Fig. 4(d))} \\
 \delta(1/r_1) &= 1 \times 10^{-2}, \delta(1/r_2) = 1 \times 10^{-6} \text{ (Fig. 5(a))} \\
 \delta(1/r_1) &= 1 \times 10^{-2}, \delta(1/r_2) = 1 \times 10^{-4} \text{ (Fig. 5(b))} \\
 \delta(1/r_1) &= 1 \times 10^{-2}, \delta(1/r_2) = 1 \times 10^0 \text{ (Fig. 6(c))}
 \end{aligned}
 \tag{25}$$

In the present embodiment, this requirement is satisfied.

[0043] In addition, an adequate value of the variable difference amount is quantitatively set, one may be set, in which the initial value of the damping factor corresponding to a plurality of variables  $r_1$  and  $r_2$  is substantially matched with the median or the mean of the eigen value distribution of the product matrix  $(A^T A)$ . Substantial matching is different by the object, and it is empirically understood that matching by  $10^2$  to  $10^3$  is sufficient for the case of the lens design. In other words, when the median or the mean of the eigen value distribution of the product matrix  $(A^T A)$  is expressed by  $s_m$ , the difference amount  $\delta(1/r_1)$  and  $\delta(1/r_2)$  of the variable set at that time if  $\rho_0$  satisfies the relationship shown below.

[0044]

[Formula 22]

$$s_m \times 10^{-3} \sim s_m \times 10^{-2} \leq \rho_0 \leq s_m \times 10^2 \sim s_m \times 10^3 \quad (26)$$

In the present embodiment, there are two variables, and the median and the mean of the eigen value distribution of the product matrix  $(A^T A)$  are matched with each other. When checking the mean of the eigen value distribution corresponding to the variable difference amount, it is proved that the relationship of Formula (26) is satisfied if being set like Formula (25).

[0045] To set the variable difference amount more automatically, weighting as shown in Fig. 7 may be performed

so that the evaluation value becomes higher as more eigen values  $s_1$  and  $s_2$  are included in the  $\rho$  search range. In Fig. 7, the value on the horizontal axis indicates each eigen value, and the value on the vertical axis indicates the weight on each eigen value. If the eigen value is included in the  $\rho$  search range, 1 is set, otherwise 0 is set. The variable difference amount may be set so that the evaluation value is much higher thereby.

[0046] Further, if the variable difference amounts  $\delta(1/r_1)$  and  $\delta(1/r_2)$  are set based on the relationship between the initial value  $\rho_0$  of the damping factor and the eigen value distribution, continuous weighting may be performed so that the value becomes maximum at the initial value  $\rho_0$  of the damping factor shown in Fig. 8, and the value is gradually decreased as being farther therefrom. In addition, weighting information (the weighting function) shown in Figs. 7 and 8 is stored in the storage device 3.

[0047] The result of the optimum operation by setting the above-described variable difference amount will be described below.

[0048] Firstly, the number of the eigen values in the  $\rho$  search range, the mean of the merit function obtained by the result of calculation, and the mean of the iteration number required in the calculation will be indicated below.

[0049] The merit function value is normalized by the value



at the starting point.

[0050]

Number of eigen value	Mean of merit function	Mean of iteration number
0	0.713	13
1	0.036	10
2	0.034	6.7

As clearly shown from this result, the more the number of the eigen values included in the  $\rho$  search range is, the smaller the obtained merit function value is, and the smaller the iteration number is required. Therefore, the design values of the optimum  $r_1$  and  $r_2$  can be obtained by setting the variable difference amount so that two eigen values are included in the  $\rho$  search range.

[0051] Next, the result will be shown below for the case in which the initial value  $\rho_0$  of the damping factor is present between the minimum value and the maximum value of the eigen value distribution and the case in which the initial value  $\rho_0$  of the damping factor is not present therebetween.

[0052]

	Mean of merit function	Mean of iteration number
Present:	0.073	6.6
Not present:	0.143	10.3

As clearly shown from this result, by setting the variable difference amount so that the initial value  $\rho_0$  of the damping factor is present between the minimum value and the maximum value of the eigen value distribution, the obtained merit function value becomes small, and the iteration number also becomes small, and the optimal design can be efficiently performed.

[0053] In addition, the result will be shown below for the case in which the difference between the initial value  $\rho_0$  of the damping factor and the mean of the eigen value distribution is expressed by the exponent difference, and the difference is  $10^0$ ,  $10^3$ ,  $10^4$ ,  $10^7$  and  $10^8$ , respectively.

[0054]

Exponent difference	Mean of merit function	Mean of iteration number
0	0.066	6.6
3	0.005	9.0
4	0.033	13.0
7	0.469	13.0
8	0.958	13.0

As clearly shown from this result, the merit function value is minimized when the exponent difference is about 3, and the iteration number becomes less as the exponent difference is smaller. Therefore, the optimal design can be efficiently performed by setting the variable difference amount so that the exponent difference is within a range of 2 and 3.

[0055] Fig. 8 shows a configuration of a lens system as a design object according to the second embodiment of the present invention.

[0056] In the present embodiment, twenty two variables consisting of lens components are used, and the beam aberration is mainly used for the evaluation function to indicate the characteristic of the lens. The break-down of these twenty-two variables includes eleven surface radii  $r$  of curvature, and eleven kinds of spacing  $g$ , and the variable difference amounts are set to an optimum value in terms of the inverse  $1/r$  of the radius of curvature in a range as follows.

[0057]

[Formula 23]

$$\delta(1/r) = 1 \times 10^{-6} \sim 1 \times 10^0 \quad (27)$$

The variable difference amounts are set to an optimum value in terms of the spacing  $g$  in a range as follows.

[0058]

[Formula 24]

$$\delta(g) = 1 \times 10^{-3} \sim 1 \times 10^0 \quad (28)$$

When each variable difference amount is considered at the interval of  $10^1$ , all possible combinations will be given as follows.

[0059]

[Formula 25]

$$7^{11} \times 4^{11} \approx 8.3 \times 10^{15} \text{ cases}$$

Even if all these combinations are checked in  $10^{-6}$  second per combination, it would take an immense amount of time of about 263 years. This is one of the most difficult problems (a so-called NP-completion type problem) to obtain a strict solution in the combination-optimization problem. A genetic algorithm (Genetic Algorithm) has been extensively known as a method to efficiently solve the approximate solution of this kind of problem. The genetic algorithm was devised by J. H. Holland in 1960s, and this is a method for efficiently solving an optimization problem by simulating the essence of the biological evolution as it is on the computer.

[0060] More specifically, this method is executed by the procedure as shown in Fig. 12. Firstly, in Step S1, the problem is modeled, and the gene type is set. For example, a numerical string (10100110) is used for the gene type.

Next, a large number of individuals of different genes (numerical strings in this case) are formed (for example, 10110001, 01101010, 11101100 ...) (Step S2). And, the adaptability of the formed individuals is evaluated (Step S3). In other words, each individual (series) is evaluated by using the predetermined evaluation function, and the individuals (series) of low evaluation will be selected in Step S4.

[0061] In Step S5, the not-selected individuals are multiplied to compensate the number of selected individuals, and the crossing-over (Step S6) and the mutation (Step S7) are performed. If the adaptability of the obtained individuals is insufficient, Steps S3 to S7 will be repeated. Here, the crossing-over is performed by switching specified parts by selecting specified gene pairs, and the mutation is performed by changing some parts of the gene at some probability.

[0062] When the above-described processing is applied to the setting of the optimum variable difference amount, a point is how the gene type is set and how the adaptability is evaluated.

[0063] In the present embodiment, firstly, the series in which an arbitrary pair of difference amount set values are expressed by the exponent are employed. In other words, the first to eleventh number of the series from the left to the

right are set as the exponent value of the difference amount on each radius  $r$  of curvature, the twelfth to twenty-second number of the series are set to be the exponent value of the difference amount on each spacing  $g$ , all the difference amounts of  $1/r$  are set to be  $1 \times 10^{-6}$ , and all the difference amounts of  $g$  are set to be  $1 \times 10^{-6}$ , the gene row to indicate this state is expressed as follows.

-6-6-6-6-6-6-6-6-6-6-6-3-3-3-3-3-3-3-3-3-3-3 (29)

[0064] On the other hand, information on the eigen value distribution of the product matrix ( $Av^TAv$ ) is used for the evaluation of the adaptability. More specifically, the result of higher evaluation will be obtained when the initial value  $\rho_0$  of the damping factor is smaller than the maximum of the eigen values of the product matrix ( $Av^TAv$ ), and larger than the minimum thereof.

[0065] When the adaptability is evaluated more strictly, the initial value  $\rho_0$  is compared with the median or the mean of the eigen value distribution, and higher evaluation will be obtained when the initial value is substantially matched with the median or the mean of the eigen value distribution.

[0066] In the present embodiment, weighting of the distribution as shown in Fig. 10 is performed, and the evaluation value becomes higher when the eigen value is not outside the  $\rho$  search range but within the range, and higher evaluation is obtained when the eigen value is close to the

initial value  $\rho_0$  of the damping factor though it is within the  $\rho$  search range.

[0067] Description will be given by a specifically numerical example. Firstly, in the variable difference amount, the radius  $r$  of curvature and the spacing  $g$  of the plane are set to be common as follows.

[0068]

[Formula 26]

$$\begin{aligned}\delta(1/r) &= 1 \times 10^{-6} \\ \delta(g) &= 1 \times 10^{-3} \quad (30)\end{aligned}$$

In this condition, the eigen value distribution is examined as shown in Fig. 11(a). This state forms a starting point, and the weighting distribution in Fig. 10 is multiplied by the eigen value distribution in Fig. 11(a) to obtain the evaluation value, and processing is performed to set an adequate variable difference amount by the genetic algorithm. The variable difference amount set value obtained as the result is as shown below for the radius  $r$  of curvature and the spacing  $g$ , respectively.

[0069]

[Formula 27]

$$\begin{aligned}\delta(1/r) &= 1 \times 10^{-5} \sim 1 \times 10^{-2} \\ \delta(g) &= 1 \times 10^{-3} \sim 1 \times 10^{-1} \quad (31)\end{aligned}$$

The eigen value distribution corresponding to the variable difference amount set value (31) is shown in Fig.

11(b). As clearly shown from the comparison between Fig. 11(a) and Fig. 11(b), it is shown that the eigen value distribution is gathered around the initial value  $\rho_0$  of the damping factor  $\rho_0$  ( $= 1.0$ ) by the above-described processing.

[0070] Comparison of the normalized merit function value and the iteration number required for the calculation before and after the above-described processing is as follows.

[0071]

	Merit function value	Iteration number of calculation
Before processing	$5.0 \times 10^{-3}$	3
After processing	$1.3 \times 10^{-3}$	3

As clearly shown from this result, according to the present embodiment, the convergence efficiency of the attenuation least square method can be enhanced.

[0072] Next, the outline of the processing executed by the CPU 1 in the third embodiment of the present invention will be described.

[0073] Firstly, the Jacobian matrix  $A_v$  is subjected to the eigen value break-down.

[0074]

[Formula 28]

$$A_v = U_v P_v V_v^T \quad (32)$$

Where,  $U_v V_v$  denote orthonormal matrixes of  $m, m$  type



and  $n$ ,  $n$  type, respectively, and when  $m > n$ ,  $P_v$  is expressed as follows.

[0075]

[Formula 29]

$$P_v = \begin{bmatrix} p_1 & & & 0 \\ & \ddots & & \\ 0 & & 0 & p_n \\ & & & \end{bmatrix} \quad (33)$$

When  $m \leq n$ ,  $P_v$  is expressed as follows.

[0076]

[Formula 30]

$$P_v = \begin{bmatrix} p_1 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & p_m \\ & & & 0 \end{bmatrix} \quad (34)$$

$P_v$  is a singular value matrix with  $n$ - or  $m$ - singular values of the Jacobian matrix  $A_v$  as the elements thereof. The product  $P_v^T P_v$  of the singular value matrix is expressed as follows.

[0077]

[Formula 31]

$$P_v^T P_v = \begin{bmatrix} p_1^2 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & p_n^2 \end{bmatrix} \quad (35)$$

The distribution of the square values  $p_1^2, \dots, p_n^2$  of the thus-obtained  $n$ - singular values is changed by the difference amount  $\delta x_j$  of the above-described variables. In

this condition, in order to directly control the distribution of the square values  $p_1^2, \dots, p_n^2$  of the thus-obtained  $n$ -singular values by the difference amount  $\delta x_j$ , a method (Formulae (13) to (16)) similar to that of the first embodiment is employed also in the present embodiment. Therefore, the square values  $p_1^2, \dots, p_n^2$  of the thus-obtained  $n$ -singular values can be freely controlled by the difference amount  $\delta x_j$ .

[0078] As described above, it is determined whether or not the set variable difference amount is adequate from the relationship of the square value distribution of the distribution of  $n$ -singular values of the once-given variables by the difference amount  $\delta x_j$  and the initial value of the damping factor  $\rho$ , and optimum difference amount is set by successively changing the variable difference amount  $\delta x_j$  so as to obtain a further adequate value by using the information so that the optimal design value is efficiently obtained.

[0079] The above-described method is applied to the same lens system identical to that of the first embodiment, and the square values  $p_1^2$  and  $k_2^2$  of the singular values of the Jacobian matrix  $A_v$  corresponding to Formula (19) are calculated as follows (the entire values are expressed by Formula (36)).

[0080]

[Formula 32]

$$\delta(1/r_1) = 1 \times 10^{-6}, \delta(1/r_2) = 1 \times 10^{-6}$$

$$p_1^2 = 8.6 \times 10^{-13}, p_2^2 = 2.2 \times 10^{-8} \text{ (Fig. 3(a))}$$

$$\delta(1/r_1) = 1 \times 10^{-6}, \delta(1/r_2) = 1 \times 10^{-4}$$

$$p_1^2 = 8.0 \times 10^{-10}, p_2^2 = 2.3 \times 10^{-7} \text{ (Fig. 3(b))}$$

$$\delta(1/r_1) = 1 \times 10^{-6}, \delta(1/r_2) = 1 \times 10^{-2}$$

$$p_1^2 = 9.0 \times 10^{-10}, p_2^2 = 2.1 \times 10^{-8} \text{ (Fig. 3(c))}$$

$$\delta(1/r_1) = 1 \times 10^{-6}, \delta(1/r_2) = 1 \times 10^0$$

$$p_1^2 = 5.5 \times 10^{-9}, p_2^2 = 6.8 \times 10^0 \text{ (Fig. 3(d))}$$

$$\delta(1/r_1) = 1 \times 10^{-4}, \delta(1/r_2) = 1 \times 10^{-6}$$

$$p_1^2 = 8.6 \times 10^{-13}, p_2^2 = 2.2 \times 10^{-4} \text{ (Fig. 4(a))}$$

$$\delta(1/r_1) = 1 \times 10^{-4}, \delta(1/r_2) = 1 \times 10^{-4}$$

$$p_1^2 = 8.6 \times 10^{-9}, p_2^2 = 2.2 \times 10^{-4} \text{ (Fig. 4(b))}$$

$$\delta(1/r_1) = 1 \times 10^{-4}, \delta(1/r_2) = 1 \times 10^{-2}$$

$$p_1^2 = 8.2 \times 10^{-6}, p_2^2 = 2.3 \times 10^{-3} \text{ (Fig. 4(c))}$$

$$\delta(1/r_1) = 1 \times 10^{-4}, \delta(1/r_2) = 1 \times 10^0$$

$$p_1^2 = 5.5 \times 10^{-6}, p_2^2 = 6.8 \times 10^0 \text{ (Fig. 4(d))}$$

$$\delta(1/r_1) = 1 \times 10^{-2}, \delta(1/r_2) = 1 \times 10^{-6}$$

$$p_1^2 = 8.6 \times 10^{-13}, p_2^2 = 2.2 \times 10^0 \text{ (Fig. 5(a))}$$

$$\delta(1/r_1) = 1 \times 10^{-2}, \delta(1/r_2) = 1 \times 10^{-4}$$

$$p_1^2 = 8.6 \times 10^{-9}, p_2^2 = 2.2 \times 10^0 \text{ (Fig. 5(b))}$$

$$\delta(1/r_1) = 1 \times 10^{-2}, \delta(1/r_2) = 1 \times 10^{-2}$$

$$p_1^2 = 2.2 \times 10^0, p_2^2 = 8.7 \times 10^{-5} \text{ (Fig. 5(c))}$$

$$\delta(1/r_1) = 1 \times 10^{-2}, \delta(1/r_2) = 1 \times 10^0$$

$$p_1^2 = 4.3 \times 10^{-1}, p_2^2 = 8.5 \times 10^0 \text{ (Fig. 5(d))}$$

$$\begin{aligned}\delta(1/r_1) &= 1 \times 10^0, \delta(1/r_2) = 1 \times 10^{-6} \\ p_1^2 &= 5.8 \times 10^{-13}, p_2^2 = 5.2 \times 10^{+3} \text{ (Fig. 6(a))} \\ \delta(1/r_1) &= 1 \times 10^0, \delta(1/r_2) = 1 \times 10^{-4} \\ p_1^2 &= 5.8 \times 10^{-9}, p_2^2 = 5.2 \times 10^{+3} \text{ (Fig. 6(b))} \\ \delta(1/r_1) &= 1 \times 10^0, \delta(1/r_2) = 1 \times 10^{-2} \\ p_1^2 &= 5.9 \times 10^{-6}, p_2^2 = 5.2 \times 10^{+3} \text{ (Fig. 6(c))} \\ \delta(1/r_1) &= 1 \times 10^0, \delta(1/r_2) = 1 \times 10^0 \\ p_1^2 &= 1.5 \times 10^0, p_2^2 = 5.2 \times 10^{+3} \text{ (Fig. 6(d))}\end{aligned}\tag{36}$$

As clearly shown above, the distribution of the square values of the singular values of the Jacobian matrix  $Av$  is totally same as the distribution of the eigen values of the product matrix  $(Av^T Av)$ . In other words, the square values  $p_1^2$  and  $p_2^2$  of the singular values of the Jacobian matrix  $Av$  are equal to the eigen values of the product matrix  $(Av^T Av)$ . [0081] Therefore, in the first embodiment, replacement of the singular values of the eigen values  $s_1$  and  $s_2$  of the product matrix  $(Av^T Av)$  by the square values  $p_1^2$  and  $p_2^2$  corresponds to the present embodiment, and similar effect to the first embodiment can also be demonstrated by the present embodiment.

[0082] Further, similar replacement can also be performed even in the second embodiment.

[0083]

[Advantages] As described above in detail, according to the

design supporting device of Claim 1, or according to the design supporting method of Claim 11, eigen value distribution information on the product matrix ( $Av^TAv$ ) constituted of the product of the Jacobian matrix ( $Av$ ) with the variable amount of the characteristic of the system to the difference amount of the variables corresponding to a plurality of components as the elements thereof and the transposed matrix ( $Av^T$ ) of the Jacobian matrix is operated, and the difference amount of the variables is set by using the eigen value distribution information. Therefore, the optimum value by the descent method is efficiently operated, and the optimal design value can be efficiently obtained.

[0084] Further, according to the design supporting device of Claim 6 or according to the design supporting method of Claim 16, square value distribution information on the singular values of the Jacobian matrix ( $Av$ ) with the variable amount of the characteristic of the system to the difference amount of the variables corresponding to a plurality of components as the elements thereof, and the difference amount of the variables is set by using the square value distribution information, and similar effect can be demonstrated thereby.

[Brief Description of the Drawings]

[Fig. 1] Fig. 1 shows a configuration of a design supporting device according to an embodiment of the present

invention.

[Fig. 2] Fig. 2 shows a configuration of a first lens system as a design object.

[Fig. 3] Fig. 3 shows distribution of the eigen value (a square value of a singular value of a Jacobian matrix) of a product matrix of the Jacobian matrix and a transposed matrix thereof.

[Fig. 4] Fig. 4 shows distribution of the eigen value (a square value of a singular value of a Jacobian matrix) of a product matrix of the Jacobian matrix and a transposed matrix thereof.

[Fig. 5] Fig. 5 shows distribution of the eigen value (a square value of a singular value of a Jacobian matrix) of a product matrix of the Jacobian matrix and a transposed matrix thereof.

[Fig. 6] Fig. 6 shows distribution of the eigen value (a square value of a singular value of a Jacobian matrix) a product matrix of the Jacobian matrix and a transposed matrix thereof.

[Fig. 7] Fig. 7 shows an example of weighting information (a weighting function).

[Fig. 8] Fig. 8 shows an example of weighting information (a weighting function).

[Fig. 9] Fig. 9 shows a configuration of a second lens system as a design object.

[Fig. 10] Fig. 10 shows an example of weighting information (a weighting function).

[Fig. 11] Fig. 11 shows distribution of the eigen value (a square value of a singular value of a Jacobian matrix) a product matrix of the Jacobian matrix and a transposed matrix thereof.

[Fig. 12] Fig. 12 shows a flowchart to indicate the procedure of a genetic algorithm.

[Reference Numerals]

- 1 CPU
- 2 input device
- 3 storage device
- 4 output device

FIG. 1

- 2 . INPUT DEVICE
- 3 STORAGE DEVICE
- 4 OUTPUT DEVICE

FIG. 7

- 1 WEIGHTING VALUE
- 2 WEIGHTING DISTRIBUTION
- 3 NUMERICAL VALUE
- 4  $\rho_0$  VALUE
- 5  $\rho$  SEARCH RANGE

FIG. 8

- 1 WEIGHTING VALUE
- 2 WEIGHTING DISTRIBUTION
- 3 NUMERICAL VALUE
- 4  $\rho$  SEARCH RANGE

FIG. 10

- 1 WEIGHTING VALUE
- 2 WEIGHTING DISTRIBUTION



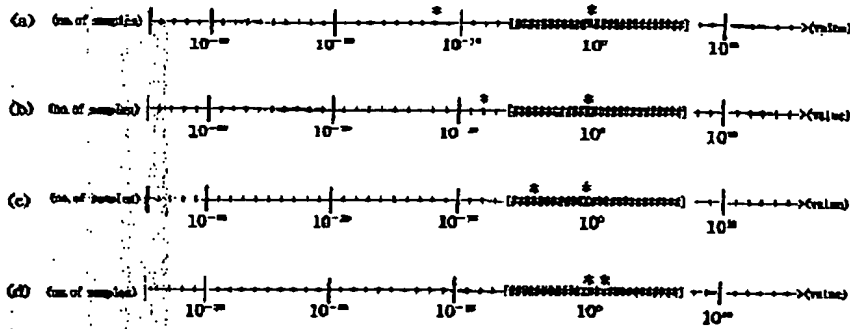
- 3     NUMERICAL VALUE
- 4      $\rho_0$  VALUE
- 5      $\rho$  SEARCH RANGE

FIG. 12

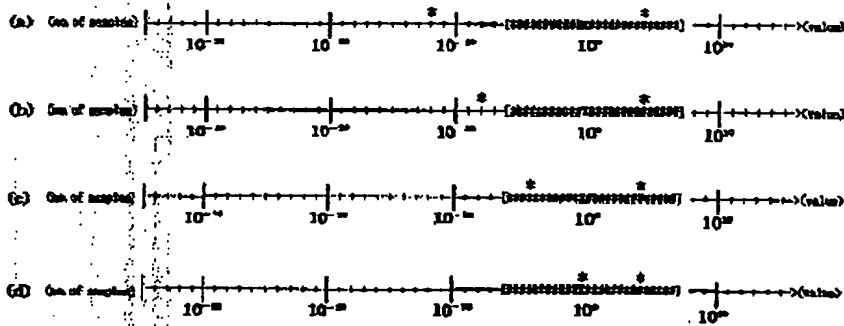
- S1    SET GENE TYPE
  - S2    SET GROUP
  - S3    EVALUATE ADAPTABILITY
  - S4    SELECTION
  - S5    MULTIPLICATION
  - S6    CROSSING-OVER
  - S7    MUTATION
  - S8    IS ADAPTABILITY SUFFICIENT?
- \

PU-1

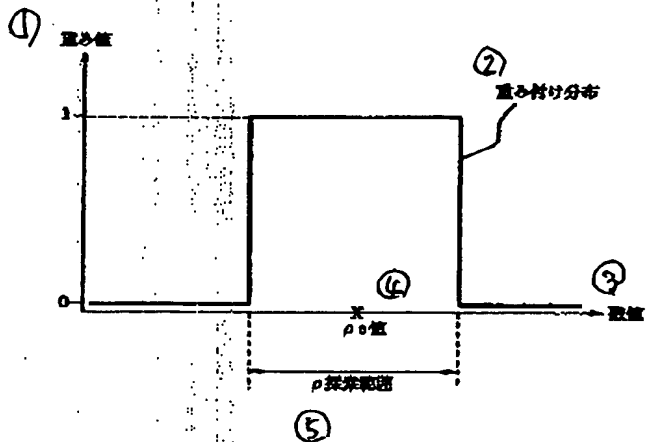
【図5】



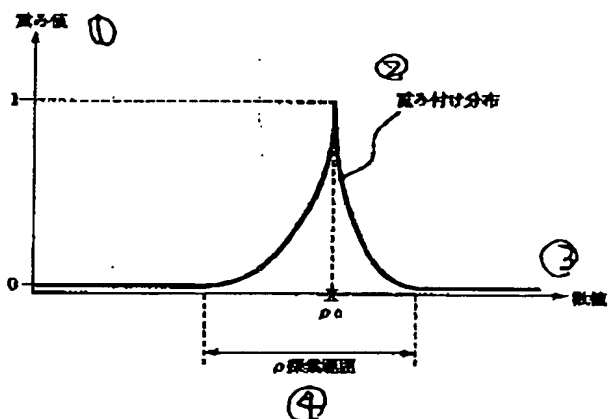
【図6】



【図7】



【図8】

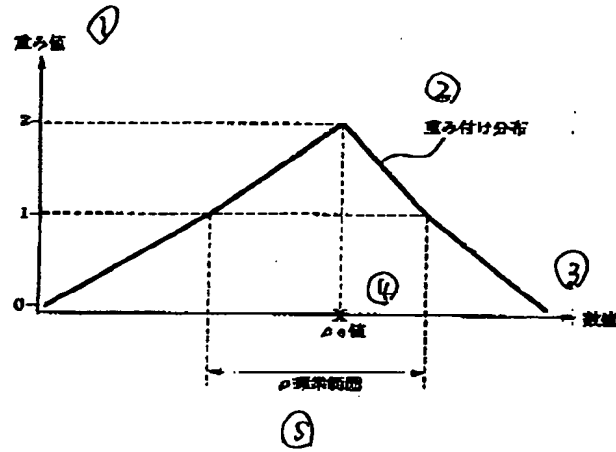


【図11】



PU-1

【図10】



**This Page is Inserted by IFW Indexing and Scanning  
Operations and is not part of the Official Record**

**BEST AVAILABLE IMAGES**

Defective images within this document are accurate representations of the original documents submitted by the applicant.

Defects in the images include but are not limited to the items checked:

- ☒ **BLACK BORDERS**
- ☐ **IMAGE CUT OFF AT TOP, BOTTOM OR SIDES**
- ☐ **FADED TEXT OR DRAWING**
- ☒ **BLURRED OR ILLEGIBLE TEXT OR DRAWING**
- ☐ **SKewed/SLANTED IMAGES**
- ☐ **COLOR OR BLACK AND WHITE PHOTOGRAPHS**
- ☐ **GRAY SCALE DOCUMENTS**
- ☐ **LINES OR MARKS ON ORIGINAL DOCUMENT**
- ☐ **REFERENCE(S) OR EXHIBIT(S) SUBMITTED ARE POOR QUALITY**
- ☐ **OTHER:** \_\_\_\_\_

**IMAGES ARE BEST AVAILABLE COPY.**

**As rescanning these documents will not correct the image problems checked, please do not report these problems to the IFW Image Problem Mailbox.**